

AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASI TƏHSİL NAZİRLİYİ
NAXÇIVAN MÜƏLLİMLƏR İNSTİTUTU

Rövşən Vəliyev, Azad Novruzov

HƏNDƏSƏ MƏSƏLƏLƏRİ
*(Çoxüzlülərin səthlərinin hesablanmasına
aid məsələ həlli nümunələri)*

(Metodik vəsait)

*Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyinin
19 mart 2011-ci il tarixli 470 sayılı əmri ilə
metodik vəsait kimi çap olunur.*

Naxçıvan - 2011

Elmi redaktor:

f.r.e.d. prof. S.H.Vəliyev

Rəyçilər: f.r.e.n. dosent Y.Y.Məmmədov (NMI)
f.r.e.n. dosent M.İ.Namazov (NDU)
f.r.e.n. E.N.Məmmədov (NDU)
ped.elm.nam.dosent M.Ş.Hacıyev (NMI)

R.X.Vəliyev, A.S.Novruzov. Həndəsə məsələləri.
(Çoxüzlülərin səthlərinin hesablanması aid məsələ həlli
nümunələri). Metodik vəsait. Naxçıvan: “Əcəmi” Nəşriyyat-
Poliqrafiya Birliyi. 2011, 74səh.

4700000000

053-2011

© “Əcəmi” 2011.

MÜQƏDDİMƏ

Fəza təsəvvürü və məntiqi təfəkkürün inkişafında stereometriya məsələlərinin böyük əhəmiyyəti olduğunu nəzərə alaraq, metodik vəsaitdə «Çoxüzlülər» mövzusunə aid məsələlərin həlli verilmişdir.

Ümumtəhsil məktəblərinin V–XI sinifləri üçün riyaziyyat proqramına (Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyinin 26.09.2002-ci il tarixli 909 sayılı əmri ilə təsdiq edilmişdir.) müvafiq olaraq X sinifdə «Riyaziyyat və informatika» təhsil sahəsini seçməyən siniflər üçün «Çoxüzlülər» mövzusunun tədrisinə 11 saat, «Riyaziyyat və informatika» təhsil sahəsini seçən siniflərdə isə 31 saat vaxt ayrılmışdır.

Metodik vəsaitdə prizmanın, piramidanın səthinin sahəsinin hesablanmasına, çoxüzlülərin müstəvi kəsiklərinin qurulmasına və düzgün çoxüzlülərə aid məsələlərin həlli riyaziyyat proqramının tələblərinə müvafiq olaraq şagirdlərin bilik, bacarıq və vərdisləri nəzərə alınmaqla verilmişdir.

Vəsaitin tərtibində M.İ.Skanavinin rəhbərliyi ilə hazırlanmış «Сборник задач по математике», A.V.Poqorelov «Həndəsə 7-11», M.C.Mərdanov, S.S.Mirzəyev, R.H.Həsənov, C.C.Hacıyev «Həndəsə-10» kitablarından istifadə olunmuşdur.

Məsələlərin bir qismi çətin həll olunan və olimpiada tiplidir.

Belə məsələlərin seçilməsində və həllin səmərəli üsullarla verilməsində müəlliflər çoxillik müəllimlik təcrübəsindən istifadə etmişlər.

Metodik vəsaitdən ali məktəb tələbələri, orta məktəblərin riyaziyyat müəllimləri, şagirdlər, riyaziyyatla maraqlananlar istifadə edə bilərlər.

MƏSƏLƏLƏR

I. Prizma

1. İkiüzlü bucağın üzlərində yerləşən A və B nöqtələrindən ikiüzlü bucağın tilinə AA_1 və BB_1 perpendikulyarları endirilmişdir. $AA_1=3$, $BB_1=4$, $A_1B_1=6$, $AB=7$ olarsa, A_1B_1 tilindəki γ ikiüzlü bucağını tapın.
2. Üçüzlü bucağın iki müstəvi bucağı iti olub α -ya, üçüncü bucaq isə γ -ya bərabərdir. α müstəvi bucağının qarşısında duran ikiüzlü ϕ bucağını və γ müstəvisi ilə qarşıdakı tilin əmələ gətirdiyi β bucağını tapın.
3. Düz üçbucaqlı prizmanın oturacağıнын tərəfləri 10sm, 17sm və 21sm-ə, prizmanın hündürlüyü isə 18sm-ə bərabərdir. Yan tildən və oturacağın kiçik hündürlüyündən keçən kəsiyin sahəsini tapın.
4. Mail prizmanın yan tili 15sm olub, oturacaq müstəvisi ilə 30° bucaq altında kəşisir. Prizmanın hündürlüyünü tapın.
5. Mail üçbucaqlı prizmada yan tillər arasındakı məsafə 37sm, 13sm və 40sm-ə bərabərdir. Böyük yan üzlə qarşısındakı til arasındakı məsafəni tapın.
6. Düzgün üçbucaqlı prizmanın aşağı oturacağının tərəfindən yan üzləri α bucağı əmələ gətirən düz xətlər üzrə kəsən müstəvi verilmişdir. Bu müstəvinin prizmanın oturacağına meyl bucağını tapın.
7. Düzgün dördbucaqlı prizmada oturacağın iki qonşu tərəfinin ortasından keçən müstəvi, üç yan tili kəsir və oturacaq müstəvisi ilə α meyl bucağını əmələ

gətirir. Oturacağın tərəfi a -ya bərabərdir. Alınmış kəsiyin sahəsini tapın.

8. Düzgün dördbucaqlı prizmanın oturacağının sahəsi 144sm^2 , hündürlüyü isə 14sm -dir. Prizmanın diaqonalını tapın.
9. Düzgün dördbucaqlı prizmanın yan üzünün sahəsi Q -ə bərabərdir. Diaqonal kəsiyin sahəsini tapın.
10. Düzgün dördbucaqlı prizmanın oturacağının tərəfi 15sm , hündürlüyü isə 20sm -ə bərabərdir. Oturacağın tərəfindən prizmanın onu kəsməyən diaqonalına qədər ən kiçik məsafəni tapın.
11. Düz üçbucaqlı prizmanın bütün tilləri bərabərdir. Yan səthi 12m^2 -dir. Hündürlüyünü tapın.
12. Düzgün dördbucaqlı prizmanın yan səthi 32m^2 , tam səthi isə 40m^2 -dir. Hündürlüyünü tapın.
13. Mail üçbucaqlı prizmanın yan tilləri ilə üst-üstə düşən paralel düz xətlər arasındakı məsafə 2sm , 3sm , 4sm -ə bərabərdir, yan tili isə 5sm -dir. Prizmanın yan səthini tapın.
14. Düzgün üçbucaqlı prizmanın oturacağı tərəfindən və qarşı tilin ortasından keçən müstəvi oturacaqla 45° -li bucaq əmələ gətirir. Oturacağın tərəfi ℓ -ə bərabərdir. Prizmanın yan səthini tapın.
15. Bütün tilləri a -ya, oturacaq bucağı isə 60° -yə bərabər olan paralelepipedin diaqonallarını tapın.
16. Düz paralelepipedin yan tili 5m -ə, oturacağının tərəfləri 6m və 8m -ə, oturacaq diaqonallarından biri isə 12m -ə bərabərdir. Paralelepipedin diaqonallarını tapın.
17. Düz paralelepipedin yan tili 1m -ə, oturacağının tərəfləri 23dm və 11dm -ə bərabərdir. Oturacağın

- diaqonalları nisbəti 2:3 kimidir. Diaqonal kəsiklərin sahələrini tapın.
18. Kubun tili a -ya bərabərdir. Kubun təpəsindən digər iki təpəsini birləşdirən diaqonalına qədər məsafəni tapın.
 19. Düzbucaqlı paralelepipeddə oturacağın tərəfləri 7dm və 24dm, paralelepipedin hündürlüyü isə 8dm-dir. Diaqonal kəsiyinin sahəsini tapın.
 20. Düzbucaqlı paralelepipedin üç ölçüsünə görə; 10sm, 22sm, 16sm; Tam səthini tapın.
 21. Düzbucaqlı paralelepipeddə hündürlük h , oturacaq sahəsi Q , diaqonal kəsiyin sahəsi M olarsa, onun yan səthini tapın.
 22. Kubun üzlərinin mərkəzlərinin oktaedrin təpələri, oktaedrin üzlərinin mərkəzlərinin isə kubun təpələri olduğunu isbat edin.
 23. Düz paralelepipedin oturacağının tərəfləri a və b -yə bərabərdir. Onlar arasındakı iti bucaq isə 60° -dir. Oturacağın böyük diaqonalı paralelepipedin kiçik diaqonalı ilə konqurentdir. Paralelepipedin tam səthini tapın.
 24. Düz paralelepipedin oturacağı tərəfləri 1sm və 4sm, iti bucağı 60° olan paraleloqramdır. Paralelepipedin böyük diaqonalı 5sm-ə bərabərdir. Paralelepipedin tam səthini tapın.
 25. Tili a -ya bərabər olan kubun mərkəzi onun bütün təpələri ilə birləşdirilmişdir. Alınmış hər bir piramidanın tam səthini hesablayın.
 26. Yan üzləri kvadrat olan, düzgün altıbucaqlı prizmanın böyük diaqonalı d -yə bərabərdir. Prizmanın tam səthini tapın.

27. Kubun diaqonallarından diaqonalla kəsişməyən tilinə qədər məsafənin d -yə bərabər olduğunu bilərək, kubun tam səthini tapın.
28. Prizmanın oturacağı tərəfi a olan kvadratdır. Yan üzlərdən biri kvadrat, digəri isə iti bucağı 60^0 -yə bərabər olan rombdur. Prizmanın tam səthini tapın.
29. Paralelepipedin oturacağı tərəfi a -ya bərabər olan kvadratdır. Üst oturacağın təpə nöqtələrindən biri alt oturacağın bütün təpələrindən eyni uzaqlıqda olub, bu oturacağın müstəvisindən b məsafədə yerləşir. Paralelepipedin tam səthini hesablayın.
30. Kubun oturacağının mərkəzi yan üzlərin mərkəzləri ilə birləşdirilmişdir. Kubun tilinin a -ya bərabər olduğunu bilərək alınmış oktaedrin səthini hesablayın.
31. Düz paralelepipedin oturacağı rombdur. Alt oturacağın bir tərəfindən və üst oturacağın bu tərəfi qarşısında yerləşən tərəfindən keçən müstəvi oturacaq müstəvisi ilə 45^0 -lik bucaq əmələ gətirir. Alınmış kəsiyin sahəsi Q -yə bərabərdir. Paralelepipedin yan səthini tapın.
32. Düzgün üçbucaqlı prizmanın hündürlüyü h -a bərabərdir. Oturacağın tillərinin birindən və o biri oturacaqda bu til qarşısındakı təpədən müstəvi keçirilmişdir. Kəsiyin prizma təpəsindəki bucağı 2α olarsa, kəsiyin sahəsini tapın.
33. Düzgün üçbucaqlı prizmanın oturacağının tərəfindən müstəvi keçirilmişdir; bu müstəvi prizmanın yan üzlərini aralarındakı bucaq α olan düz xətlər üzrə kəsir. Həmin müstəvi ilə oturacaq müstəvisi arasındakı bucağı tapın.

34. Düzgün dördbucaqlı prizmanın oturacağıının tərəfi a , yan tili isə $4a$ -ya bərabərdir. Prizmanın diaqonallarından keçən və oturacağın diaqonallarına paralel olan kəsiyin sahəsini tapın.
35. Mail prizmanın oturacağı kateti $BC=a$ olan ABC üçbucağıdır. Bu katetin orta nöqtəsi üst oturacağın B_1 təpəsinin proyeksiyasıdır. Üçbucağın həmin katetindən və AB hipotenuzundan keçən üzlər arasındakı bucaq α -dır. Prizmanın yan tili oturacaq müstəvisi ilə β bucağı əmələ gətirir. Prizmanın yan səthinin sahəsini tapın.
36. Düzbucaqlı paralelepipedin üç ölçüsünün cəmi 5, oturacağının sahəsi isə 1 olarsa, onun ölçülərinin hansı qiymətində tam səthinin sahəsi ən böyük olar?
37. Düzgün üçbucaqlı prizmanın yan üzünün diaqonalı ilə o biri yan üzü arasındakı bucaq α , prizmanın yan tili h olarsa, onun tam səthinin sahəsini tapın.

II. Piramida

38. Piramidanın oturacağı bərabəryanlı üçbucaqdır. Bu üçbucağın oturacağı 12sm-ə, yan tərəfi isə 10sm-ə bərabərdir. Yan üzlərin hər biri oturacaq müstəvisi ilə 45° -li bucaq əmələ gətirir. Piramidanın hündürlüyünü tapın.
39. Piramidanın hündürlüyü 16m, oturacağının sahəsi isə $512m^2$ -ə bərabərdir. Sahəsi $50m^2$ olan kəsik oturacağa paralel olarsa, oturacaqdan hansı məsafədə yerləşər.

40. Piramidanın oturacağı hipotenuzu a olan düzbucaqlı üçbucaqdır. Yan tillərin hər biri oturacaq müstəvisi ilə β -ya bərabər bucaq əmələ gətirir. Piramidanın hündürlüyünü tapın.
41. Piramidanın oturacağı katətləri 6sm və 8sm olan düzbucaqlı üçbucaqdır. Piramidanın oturacağındakı ikiüzlü bucaqların hamısı 60^0 -dir. Piramidanın hündürlüyünü tapın.
42. Hündürlüyü h olan düzgün üçbucaqlı piramidada oturacağın a tərəfindən qarşıdakı tili düz bucaq altında kəsən müstəvi keçirilmişdir. Kəsiyin sahəsini tapın.
43. Düzgün dördbucaqlı piramidada hündürlük 7sm, oturacağın tərəfi isə 8sm-dir. Yan tili tapın.
44. Piramidanın oturacağı tərəfləri 3sm və 7sm, diaqonallarından biri 6sm olan paraleloqramdır; piramidanın hündürlüyü diaqonalların kəsişmə nöqtəsindən keçib, 4sm-ə bərabərdir. Piramidanın yan tillərini tapın.
45. Oturacağın a tərəfinə və b yan tilinə görə düzgün; 1) üçbucaqlı; 2) dördbucaqlı; 3) altıbucaqlı piramidanın hündürlüyünü tapın.
46. Oturacağın a tərəfinə və h hündürlüyünə görə düzgün; 1) üçbucaqlı; 2) dördbucaqlı; 3) altıbucaqlı piramidanın apofemini tapın (şəkil 44(a), 44(b), 44(c)).
47. Yan tili a , oturacağın daxilinə çəkilmiş çevrənin radiusu r olan düzgün altıbucaqlı piramidanın tam səthini tapın.
48. Düzgün dördbucaqlı piramidanın yan səthi $14,76m^2$, tam səthi isə $18m^2$ -dir. Oturacağın tərəfini və piramidanın hündürlüyünü tapın.

49. Oturacağın a tərəfinə görə diaqonal kəsiyi oturmaqla eyni böyüklükdə olan düzgün dördbucaqlı piramidanın yan səthini tapın.
50. Yan tili 10sm , yan səthi isə 144sm^2 olan düzgün üçbucaqlı piramidada oturacağın tərəfini və apofemi tapın.
51. Yan tili 5sm , tam səthi isə 16sm^2 olan düzgün dördbucaqlı piramidanın oturacağının tərəfini tapın.
52. Piramidanın oturacağı diaqonalları 6m və 8m olan rombdu; piramidanın hündürlüyü rombun diaqonallarının kəsişmə nöqtəsindən keçir və 1m -ə bərabərdir. Piramidanın yan səthini tapın.
53. Piramidanın oturacağı tərəfləri 40sm , 25sm və 25sm olan bərabəryanlı üçbucaqdır. Piramidanın hündürlüyü uzunluğu 40sm olan tərəfin qarşısında ki təpədən keçir və 8sm -ə bərabərdir. Piramidanın yan səthini tapın.
54. Piramidanın oturacağı kvadratdır, piramidanın hündürlüyü oturacağın təpəsindən keçir. Oturacağın tərəfi 20dm , hündürlüyü isə 21dm olarsa, piramidanın yan səthini tapın.
55. Düzgün dördbucaqlı kəsik piramidanın hündürlüyü 7sm -ə bərabərdir. Oturacaqların tərəfləri 10sm və 2sm -dir. Piramidanın yan tilini tapın.
56. Düzgün kəsik üçbucaqlı piramidanın oturacaqlarının tərəfləri 4dm və 1dm -dir. Yan til 2dm -dir. Piramidanın hündürlüyünü tapın.
57. Düzgün üçbucaqlı kəsik piramidanın oturacaqlarının tərəfləri 2sm və 6sm -dir. Yan üz böyük oturacaqla 60° -li bucaq əmələ gətirir. Hündürlüyü tapın.

58. Düzgün dördbucaqlı kəsik piramidada oturacaqların tərəfləri 8m və 2m-dir. Hündürlük 4m-ə bərabərdir. Tam səthi tapın.
59. Oturacağı düzgün üçbucaq olan piramidanın oturacağının tərəfi a -ya, oturacağa bitişik ikiüzlü bucağı isə 45^0 -yə bərabərdir. Piramidanın tam səthini tapın.
60. Düzgün üçbucaqlı piramidanın təpədəki müstəvi bucağı 90^0 -dir. Bu piramidanın yan səthinin sahəsinin oturacağının sahəsinə olan nisbətini tapın.
61. Düzgün dördbucaqlı piramidanın oturacağındakı kvadratın diaqonalı, piramidanın yan tilinə bərabər olub, a -ya bərabərdir. Piramidanın tam səthini tapın.
62. Düzgün altıbucaqlı piramidanın apofemi h , oturacağındakı ikiüzlü bucaq isə 60^0 -yə bərabərdir. Piramidanın tam səthini tapın.
63. Oturacağın tərəfi a -ya, oturacaqdakı ikiüzlü bucağı 60^0 -yə bərabər olan düzgün üçbucaqlı piramidanın tam səthini tapın.
64. Düzgün dördbucaqlı piramidanın oturacağının tərəfi 6dm, hündürlüyü isə 4dm-dir. Piramidanın oturacağına paralel, ondan 1dm məsafədən keçirilmiş müstəvi ilə piramidanın kəsişməsindən alınan kəsik piramidanın yan səthini tapın.
65. Piramidanın oturacağı iti bucağı 30^0 olan rombdur. Yan üz oturacaq müstəvisi ilə 60^0 -lik bucaq əmələ gətirir. Rombun daxilinə çəkilmiş dairənin radiusunun r -ə bərabər olduğunu bilərək, piramidanın tam səthini tapın.
66. Düzgün üçbucaqlı piramidanın oturacağının tərəfi a -ya bərabərdir. Yan üz isə oturacaq müstəvisi ilə

- 45°-lik bucaq əmələ gətirir. Piramidanın tam səthini tapın.
67. Üçbucaqlı piramidada yan tillər bir-birinə perpendikulyar olub, uzunluqları $\sqrt{70}sm$, $\sqrt{99}sm$, $\sqrt{126}sm$ -ə bərabərdir. Piramidanın oturacağının sahəsini tapın.
68. Düzgün üçbucaqlı piramidanın yan tili oturacağın tərəfi ilə α bucağı əmələ gətirir. Piramidanın yan tilləri ilə hündürlüyü arasında qalan bucağı və α -nın mümkün qiymətini tapın.
69. Düzbucaqlı piramidanın hər bir yan tili hündürlüklə α bucağı əmələ gətirir. Piramidanın oturacağı diaqonalları arasındakı bucağı β -ya bərabər olan düzbucaqlıdır. Piramidanın hündürlüyünün h -a bərabər olduğunu bilərək, oturacağın sahəsini tapın.
70. Tili a -ya bərabər olan kubun üst üzünün mərkəzi alt oturacağın təpə nöqtələri ilə birləşdirilmişdir. Alınmış piramidanın tam səthini tapın.
71. Tili a -ya bərabər olan kubun üst oturacağının mərkəzi alt oturacağının tərəflərinin ortası ilə birləşdirilmişdir. Oturacağın tərəflərinin orta nöqtələrini ardıcıl birləşdirdikdən sonra alınmış piramidanın tam səthini tapın.

MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİ:

I. Prizma

1. Həlli

Verilir:

İkiüzlü bucaq;

$$A \in \alpha; B \in \beta;$$

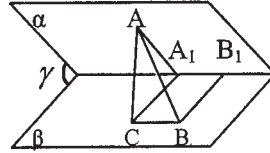
$$AA_1 \perp A_1B_1; BB_1 \perp A_1B_1;$$

$$AA_1 = 3;$$

$$BB_1 = 4;$$

$$A_1B_1 = 6;$$

$$AB=7,$$



Şəkil 1.

Tapmalı: $\gamma = ?$

1. $A_1C // BB_1$ və $BC // A_1B_1$ düz xətlərini çəkək.

Onda $A_1C = B_1B$;

$BC = A_1B_1$, $A_1B_1 \perp AA_1C$ müstəvisi.

Deməli, $BC \perp AA_1C$ müstəvisi, harada ki, $BC \perp AC$.

2. $\triangle ABC$ -dən Pifaqor teoreminə görə

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{49 - 36} = \sqrt{13}$$

3. Beləliklə, $A_1B_1 \perp AA_1C$ müstəvisi,

$\angle AA_1C$ -ikiüzlü bucağın xətti bucağıdır.

Kosinuslar teoreminə görə

$$AC^2 = AA_1^2 + A_1C^2 - 2AA_1 \cdot A_1C \cdot \cos \gamma$$

$$\cos \gamma = \frac{AA_1^2 + A_1C^2 - AC^2}{2AA_1 \cdot A_1C} = \frac{9+16-13}{2 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{1}{2};$$

$$\gamma = 60^\circ.$$

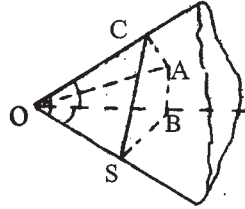
Cavab: 60° .

2. Həlli:

Üçüzlü bucaq:

$$\angle BOS = \angle COS = \alpha < 90^\circ,$$

$$\angle COB = \gamma,$$



Tapmalı:

Şəkil 2.

- 1) α müstəvi bucağının qarşısında duran φ ikiüzlü bucağını;
- 2) COB müstəvisi və OS düz xətinin əmələ gətirdiyi β bucağını.
1. γ bucağının qarşısındakı tilin ixtiyari S nöqtəsini qeyd edək və bu nöqtədən
 $SA \perp (COB \text{ müstəvisi})$ və $SB \perp OB$,
 $SC \perp OC$ perpendikulyarlarını endirək.
 Onda $AC \perp OC$ və
 $AB \perp OB$ (Üç perpendikulyar haqqında teoremə görə).
2. $\triangle OCS = \triangle OBS$, α iti-bucağına və hipotenuza görə.
 Deməli, $SC = SB$.
3. Katet və hipotenuza görə,
 $\triangle SAC = \triangle SBC$, deməli, $CA = AB$

4. Katet və hipotenuza görə,

$$\triangle OCA = \triangle OAB, \quad \text{deməli, } \angle AOC = \angle BOA = \frac{\gamma}{2}$$

5. $\triangle OAB$ -dən;

$$AB = OB \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}, \quad OA = \frac{OB}{\cos \frac{\gamma}{2}}$$

$$\triangle OBS \text{ -dən; } SB = OB \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad OS = \frac{OB}{\cos \alpha}$$

6. $\triangle ABS$ -dən;

$$AB = SB \cos \varphi, \quad \cos \varphi = \frac{AB}{OB} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{tg} \alpha}$$

7. $SA \perp (OCB \text{ müstəvisi})$;

Deməli, $SA \perp OA$. Ona görə də

$$\angle SOB = \beta$$

$\triangle SOA$ -dən;

$$\cos \beta = \frac{OA}{OB} = \frac{\cos \alpha}{\cos \frac{\gamma}{2}}$$

$$\beta = \arccos \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \frac{\gamma}{2}} \right)$$

$$\text{Cavab: } \varphi = \arccos \left(\frac{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{tg} \alpha} \right), \quad \beta = \arccos \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \frac{\gamma}{2}} \right)$$

3. Həlli:

Verilir:

$ABCA_1B_1C_1$ -düz prizması

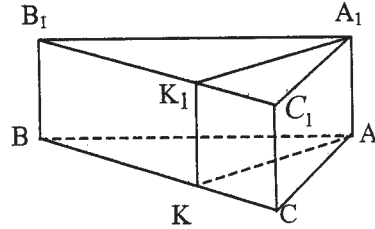
$AC=10\text{sm}$,

$AB=17\text{sm}$,

$BC=21\text{sm}$,

$AA_1=18\text{sm}$,

$AK \perp BC$.



Şəkil 3.

Tapmalı: $S_{AA_1K_1K} = ?$

$$1. S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{24 \cdot 14 \cdot 3 \cdot 7} = 84(\text{sm}^2)$$

$$2. S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AK$$

$$\text{Deməli, } AK = \frac{2S_{\Delta ABC}}{BC} = \frac{2 \cdot 84}{21} = 8(\text{sm})$$

3. AA_1K_1K – düzbucaqlıdır (şərtə görə).

$$S_{AA_1K_1K} = AK \cdot AA_1 = 8 \cdot 18 = 144(\text{sm}^2)$$

Cavab: 144sm^2 .

4. Həlli:

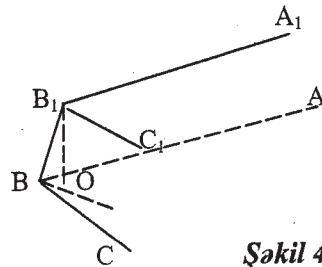
Verilir:

$ABC \dots A_1B_1C_1 \dots$ -prizma

$BB_1=15\text{sm}$

$B_1O \perp S$ oturacaq

$\angle B_1BO = 30^\circ$



Şəkil 4.

Tapmalı: $B_1O = ?$

1. $B_1O \perp S$ oturacaq $\Rightarrow BO - BB_1$ -un oturacaq müstəvisi üzərindəki proyeksiyasıdır.

$$\angle B_1BO = 30^\circ$$

2. $\angle B_1BO$ -dan

$$B_1O = B_1B \cdot \sin 30^\circ = 15 \cdot \frac{1}{2} = 7,5(\text{sm})$$

Cavab: 7,5 sm.

5. Həlli:

Verilir:

$ABCA_1B_1C_1$ -mail prizma

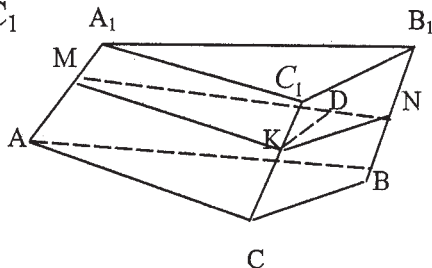
MNK müstəvi $\perp CC_1$

$MN = 40\text{sm}$,

$KN = 13\text{sm}$,

$MK = 37\text{sm}$,

$KD \perp MN$.



C

Şəkil 5.

Tapmalı: $KD = ?$

$AA_1 = BB_1 = CC_1$ və $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$

AA_1B_1B -ən böyük yan üzdür ($MN > KN$, $MN > MK$)

$$1. S_{\triangle MNK} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{45 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 32} = 240(\text{sm}^2)$$

$$2. S_{\triangle MNK} = \frac{1}{2} KD \cdot MN \Rightarrow KD = \frac{2S_{\triangle}}{MN} = \frac{2 \cdot 240}{40} = 12(\text{sm})$$

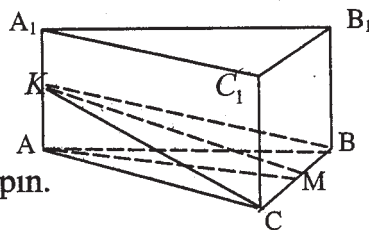
Cavab: 12 sm.

6. Halli:

Verilir:

ABCA₁B₁C₁-düzgün prizma,

$$\angle BKC = \alpha.$$



Şəkil 6.

BC tilindəki ikiüzrlü bucağı tapın.

- ### 1. İki katetə görə

$$\triangle AKC = \triangle KVB$$

Ona görə ki, $KC=KB$ və qurmaya görə

$$\overline{KM} \perp \overline{BC}$$

Onda $CM=MB$. $\angle CKM=\frac{\alpha}{2}$

$$AC=AB, \quad CM=MB$$

Onda $AM \perp CB$

Deməli, $\angle KMA = \beta$ axtarılan ikiüzlü bucağın xətti bucağıdır;

- ## 2. ΔACM-dən;

$$AM = \sqrt{AC^2 - CM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$$

3. ΔCKM-dən;

$$KM = CM \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$$

- #### 4. ΔAKM-dən:

$$\cos \beta = \frac{AM}{KM} = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}} = \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

Саваб: $\cos \beta = \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

7. Həlli:

Verilir:

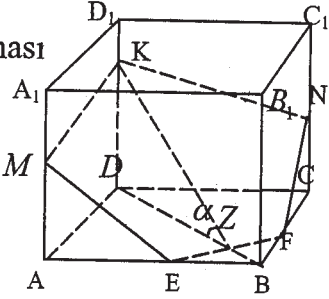
$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ -düzgün prizması

$AE=BE$,

$BF=FC$, $AB=a$:

Oturacaqdakı ikuüzlü bucaq α

Tapmalı: $S_{EFNKM}=?$



Şəkil 7.

$$1. S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2} BF \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{8}$$

$$2. S_{ADCFE} = S_{ABCD} - S_{\triangle BEF} = a^2 - \frac{a^2}{8} = \frac{7}{8} a^2$$

$$3. S_{EFNKM} = \frac{S_{ADCFE}}{\cos \alpha} = \frac{7a^2}{8 \cos \alpha}$$

Cavab: $\frac{7a^2}{8 \cos \alpha}$.

8. Həlli:

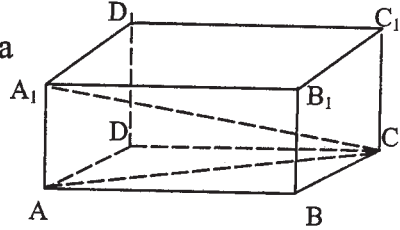
Verilir:

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ -düzgün prizma

$AA_1=14\text{sm}$,

$S_{ABCD}=144\text{sm}^2$

Tapmalı: $A_1C=?$



Şəkil 8.

1. $ABCD$ -kvadratdır.

Ona görə də $S_{oturacaq}=AB^2$

Deməli, $AB=\sqrt{144}=12(\text{sm})$

2. $\triangle ABC$ -dən;

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 12\sqrt{2}(\text{sm})$$

3. $\triangle AA_1C$ -dən;

$$A_1C = \sqrt{AC^2 + AA_1^2} = \sqrt{288 + 196} = \sqrt{484} = 22(\text{sm})$$

Cavab: 22 sm.

9. Həlli:

Verilir:

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ -düzgün prizma,

$$S_{AA_1 B_1 B} = Q$$

Tapmalı: $S_{AA_1 C_1 C} = ?$

1. $AB=x$; $AA_1=y$ olsun.

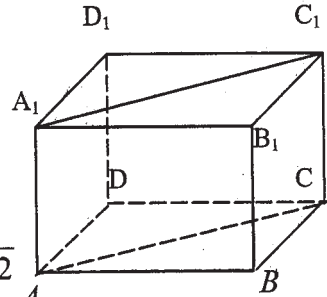
Onda $Q=xy$

2. $\triangle ABC$ -dən;

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{x^2 + x^2} = x \cdot \sqrt{2}$$

3. $S_{AA_1 C_1 C} = AC \cdot AA_1 = x \cdot \sqrt{2} \cdot y = \sqrt{2} \cdot Q$

Cavab: $\sqrt{2} \cdot Q$



Şəkil 9.

10. Həlli:

Verilir:

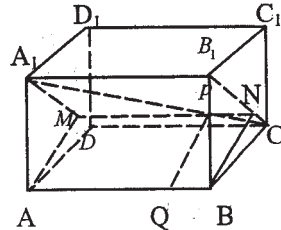
$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ -düzgün prizma,

$AB=15\text{sm}$,

$AA_1=20\text{sm}$.

AB və A_1C düz xətləri
arasındakı məsafəni tapın.

1. $AM \perp A_1D$ keçirək.



Şəkil 10.

2. $AB \parallel DC$, onda $AB \perp A_1DC$ müstəvisinə paraleldir və BAM müstəvisi A_1DC müstəvisini MN düz xətti üzrə kəsir.

$MN \parallel AB \parallel DC$.

$MN \perp A_1C$ -ni P nöqtəsində kəsir.

3. $DC \perp DD_1$ və $DC \perp DA$ olduqda

$DC \perp AD_1D$ müstəvisinə;

Həmçinin $MN \perp AM$

Deməli, $AM \perp A_1DC$ müstəvisi

($AM \perp MN$ və $AM \perp A_1D$)

4. $PQ \parallel AM$ keçirək.

$AMPQ$ – düzbucaqlıdır.

Onda $PQ \perp AB$ və $PQ \perp A_1C$

($PQ \parallel AM$, $AM \perp A_1DC$ müstəvisi).

5. Beləliklə, $PQ \perp A_1C$ və AB düz xətləri arasında məsafədir.

PQ yaxud AM -i tapaq.

$$S_{\Delta A_1AD} = \frac{1}{2} A_1D \cdot AM.$$

$$\text{Buradan; } AM = \frac{2S_{\Delta}}{A_1D} = \frac{2 \cdot 150}{25} = 12(\text{sm})$$

Cavab: 12(sm).

11. Həlli:

Verilir:

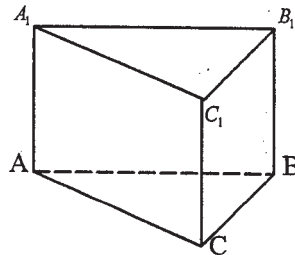
$ABCA_1B_1C_1$ – düzgün prizma:

$AB = A_1A$;

$S_{\text{yan}} = 12 \text{ m}^2$.

Tapmalı: $A_1A = ?$

$$S_{\text{yan}} = P \cdot h = 3 \cdot AB \cdot A_1A = 3 \cdot x \cdot x = 3x^2$$



Şəkil 11.

$$3x^2=12;$$

$$A_1A = x = 2(m)$$

Cavab: 2 m.

12. Həlli:

Verilir:

ABCD₁B₁C₁D₁-düzgün prizma,

$$S_{yan}=32m^2,$$

$$S_{tam}=40m^2.$$

Tapmalı: AA₁=?

$$1. 2S_{oturmaq}=S_{tam} - S_{yan}=40-32=8(m^2);$$

$$S_{yan}=4m^2$$

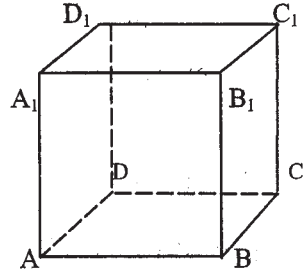
2. ABCD-kvadratdır.

$$\text{Deməli, } AB=\sqrt{4}=2(m)$$

$$3. S_{yan}=p \cdot h,$$

$$h = \frac{S_{yan}}{p} = \frac{32}{4 \cdot 2} = \frac{32}{8} = 4(m)$$

Cavab: 4(m).



Şəkil 12.

13. Həlli:

Verilir:

ABCA₁B₁C₁-prizması;

$$KN \perp AA_1;$$

$$KM \perp AA_1;$$

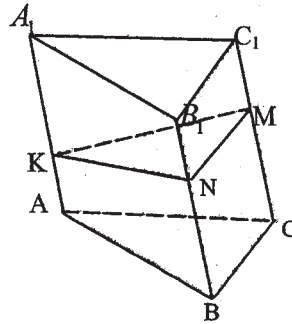
$$MN \perp BB_1;$$

$$KN=2sm;$$

$$KM=4sm;$$

$$AA_1=5sm;$$

$$MN=3sm.$$



Şəkil 13.

Tapmalı: $S_{yan}=?$

$KN \perp AA_1$ və $KM \perp AA_1$

Deməli, KMN perpendikulyar kəsikdir.

$$S_{yan}=AA_1 \cdot (KM+MN+KN)=5 \cdot (2+3+4)=5 \cdot 9=45(\text{sm}^2).$$

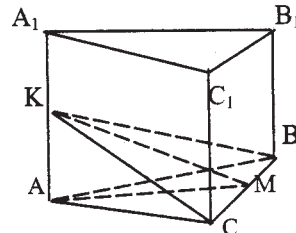
Cavab: 45sm^2 .

14. Həlli:

$ABCA_1B_1C_1$ -düzgün prizma;

$AC=\ell$, $AK=A_1K$;

BC tilindəki ikiüzlü bucaq 45° -yə bərabərdir.



Şəkil 14.

Tapmalı: $S_{yan}=?$

1. Qurmaya görə $KM \perp BC$.

Onda üç perpendikulyar haqqında teoremə görə
 $AM \perp BC$.

Beləliklə,

$\angle KMA=45^\circ$ -ikiüzlü bucağın xətti bucağıdır.

2. $\triangle ACM$ -dən;

$$AM = \sqrt{AC^2 - CM^2} = \sqrt{e^2 - \frac{e^2}{4}} = \frac{e \cdot \sqrt{3}}{2}$$

3. $\triangle AKM$ -dən;

$$KA = AM \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{e\sqrt{3}}{2} \cdot 1 = \frac{e\sqrt{3}}{2}$$

4. $AA_1 = 2AK = e\sqrt{3}$

5. $S_{yan} = p \cdot h = 3\ell \cdot \ell\sqrt{3} = 3\ell^2\sqrt{3}$

Cavab: $3\ell^2\sqrt{3}$.

15. Həlli:

Verilir:

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ -düz paralelepiped,

$AB=AD=AA_1=a$,

$\angle BAD=60^\circ$

Tapmalı: $A_1C=?$

$B_1D=?$

1. $\triangle ABD$ -dən;

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cos 60^\circ =$$

$$= a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = a^2,$$

$$BD = a.$$

(Digər tərəfdən; $AB=AD$ və $\angle BAD=60^\circ$, onda $AB=BD=a$)

2. Analoji olaraq:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cos 120^\circ =$$

$$= a^2 + a^2 - 2a \cdot a \left(-\frac{1}{2}\right) = 3a^2.$$

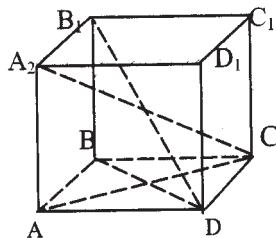
3. $\triangle AA_1C$ -dən;

$$A_1C = \sqrt{AC^2 + AA_1^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = \sqrt{4a^2} = 2a$$

4. $\triangle BB_1D$ -dən;

$$B_1D = \sqrt{BD^2 + BB_1^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

Cavab: $2a$; $a\sqrt{2}$



Şəkil 15.

16. Həlli:

Verilir:

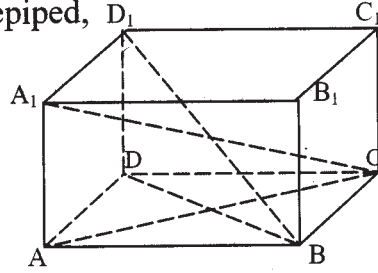
ABCD₁B₁C₁D₁-düz paralelepiped, D₁

AA₁=5m;

AB=8m;

BD=12m.

AD=6m.



Şəkil 16.

Tapmalı: A₁C=? D₁B=?

1. ABCD-paraleloqramdır.

$$\text{Deməli, } AC^2 + BD^2 = 2AB^2 + 2AD^2$$

$$\text{Buradan } AC^2 = 2AB^2 + 2AD^2 - BD^2 = 2 \cdot 64 + 2 \cdot 36 - 144 = 56(m^2)$$

2. $\triangle AA_1C$ -dən;

$$A_1C = \sqrt{AC^2 + A_1A^2} = \sqrt{56 + 25} = \sqrt{81} = 9(m)$$

$\triangle BDD_1$ -dən;

$$BD_1 = \sqrt{BD^2 + DD_1^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13(m)$$

Cavab: 9m, 13 m

17. Həlli:

Verilir:

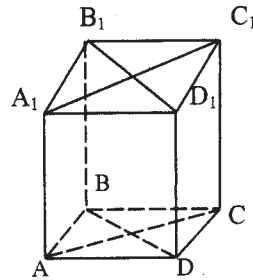
ABCD₁B₁C₁D₁=düz paralelepiped,

AA₁=1m;

AD=23dm;

AB=11dm;

AC:BD=2; 3.



Şəkil 17.

Tapmalı: $S_{AA_1C_1C} = ?$

$$S_{BB_1D_1D} = ?$$

$$1. AC^2 + BD^2 = 2AB^2 + 2AD^2$$

(ABCD paraleloqramdır).

$AC=2x$, $BD=3x$, olsun.

Onda: $(3x)^2 + (2x)^2 = 2 \cdot 121 + 2 \cdot 529$

$$13x^2 = 1300$$

$$x^2 = 100$$

$$x = 10$$

$$AC = 2x = 20\text{dm},$$

$$BD = 3x = 30\text{dm}$$

$$2. S_{AA_1C_1C} = AC \cdot AA_1 = 20 \cdot 10 = 200(\text{dm}^2)$$

$$S_{BB_1D_1D} = BB_1 \cdot BD = 30 \cdot 10 = 300(\text{dm}^2)$$

Cavab: 200dm^2 , 300dm^2 .

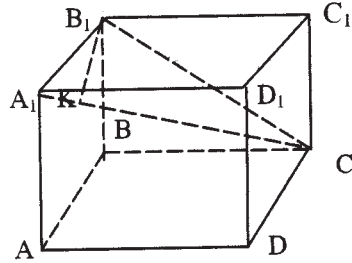
18. Həlli:

Verilir:

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ -kub,

$$AB = a, \quad B_1 K \perp A_1 C$$

Tapmalı: $B_1 K = ?$



Şəkil 18.

$$1. A_1 C = \sqrt{BC^2 + CD^2 + C_1 C^2} = a\sqrt{3}$$

2. $\triangle BB_1 C$ -dən;

$$B_1 C = \sqrt{BB_1^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

$$3. S_{\triangle A_1 B_1 C} = \frac{1}{2} A_1 B_1 \cdot B_1 C = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{2} = \frac{1}{2} a^2 \sqrt{2}$$

$$S_{\triangle A_1 B_1 C} = \frac{1}{2} B_1 K \cdot A_1 C$$

$$\text{Deməli, } B_1K = \frac{2S_{\Delta}}{A_1C} = \frac{2a^2\sqrt{2}}{2\sqrt{3} \cdot a} = \frac{a \cdot \sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Cavab: } \frac{a \cdot \sqrt{6}}{3}$$

19. Həlli:

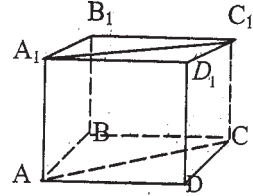
Verilir:

ABCD₁B₁C₁D₁-düzbucaqlı paralelepiped.

AA₁=8dm,

AB=7dm,

AD=24dm.



Şəkil 19.

Tapmalı: $S_{AA_1C_1C}=?$

1. ΔABC -düzbucaqlı üçbucaqdır.

Buradan;

$$AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{49 + 576} = 25(dm)$$

$$2. S_{AA_1C_1C} = AC \cdot AA_1 = 25 \cdot 8 = 200(dm^2)$$

Cavab: 200dm².

20. Həlli:

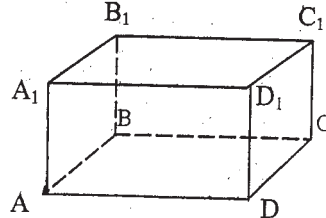
Verilir:

ABCD₁B₁C₁D₁=düzbucaqlı paralelepiped,

AB=10sm,

AD=22sm,

AA₁=16sm.



Şəkil 20.

Tapmalı: $S_{\text{tam}}=?$

$$1. S_{\text{otur.}} = AB \cdot AD = 10 \cdot 22 = 220(\text{sm}^2)$$

$$2. S_{\text{tam}} = S_{\text{yan}} + 2S_{\text{ot}} = p \cdot h + 2 \cdot 220 = 64 \cdot 16 + 440 = 1464(\text{sm}^2)$$

Cavab: 1464sm^2 .

21. Həlli:

Verilir:

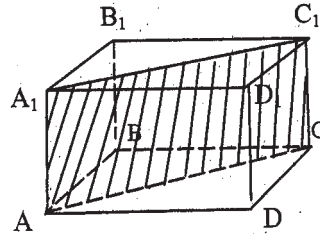
ABCD $A_1B_1C_1D_1$ -düzbucaqlı paralelepiped,

$$AA_1 = h;$$

$$S_{\text{otur.}} = Q;$$

$$S_{AA_1C_1C} = M.$$

Tapmalı: $S_{\text{yan}} = ?$



Şəkil 21.

$$1. S_{\text{kəs.}} = AC \cdot AA_1$$

$$AC = \frac{S_{\text{kəs.}}}{AA_1} = \frac{M}{h}$$

$$2. \text{ Tutaq ki, } AB = x, AD = y$$

$$\text{Onda } \begin{cases} xy = Q \\ x^2 + y^2 = \frac{M^2}{h^2} \end{cases}$$

$$(x + y)^2 = 2Q + \frac{M^2}{h^2}$$

$$x + y = \sqrt{2Q + \frac{M^2}{h^2}}$$

$$3. S_{\text{yan}} = AA_1 \cdot 2(x + y) = h \cdot 2 \cdot \sqrt{2Q + \frac{M^2}{h^2}} = 2\sqrt{2ah^2 + M^2}$$

Cavab: $S_{\text{yan}} = 2\sqrt{2ah^2 + M^2}$

22. Həlli:

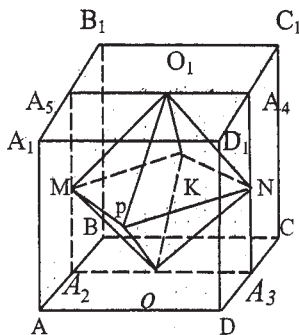
Verilir:

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ -kub

O, O_1, M, N, K, P -nöqtələri
kubun üzlərinin mərkəzləridir.

İsbat etməli:

$O_1 M K N P O$ -düzgün oktaedrdir.



Şəkil 22.

1. Kubun tillərinin ortasından
onun üzlərinə paralel olan müstəvilər keçirək.
Məsələn: $A_2 A_3 A_4 A_5$ müstəvisi.

Onda:

$$\triangle M A_5 O_1 = \triangle M A_2 O = \triangle N A_3 O = \triangle N A_4 O_1$$

(İki katetə görə).

Buradan $O_1 M = O M = O N = O_1 N$.

Analoji olaraq $O_1 M K N P O$ çoxüzlüsünün bütün
tərəflərinin bərabər olduğunu göstərmək olar. Çoxüzlü-
nün bütün üzləri bir-birinə bərabər olan çoxbucaqlılardır.

2. Çoxüzlünün hər bir təpəsindən bərabər sayda til
çıxır.

Nəticə: $O_1 M K N P O$ -düzgün çoxüzlüdür. Onun 8 üzü var.
Bu oktaedrdir.

(Evdə məsələnin həllinə aid modelin hazırlanmasını
şagirdlərə tapşırmaq məsləhət görülür).

23. Həlli:

$$AB=CD=b,$$

$$AD=BC=a$$

$$\angle BAD = 60^\circ$$

$$S_{tam} = ?$$

$$AC = BD_1 \quad S_{ot} = a.b.\sin 60^\circ = \frac{ab\sqrt{3}}{2}$$

ΔADC -dən kosinuslar teoreminə görə yazı bilərik:

$$AC^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 120^\circ = a^2 + b^2 + ab \Leftrightarrow AC = \sqrt{a^2 + b^2 + ab}$$

ΔBAD -dən;

$$BD^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 60^\circ = a^2 + b^2 - ab \Leftrightarrow BD = \sqrt{a^2 + b^2 - ab}$$

$$AC = BD_1 = \sqrt{a^2 + b^2 + ab}$$

ΔBDD_1 -dən;

$$DD_1^2 = BD_1^2 - BD^2 = a^2 + b^2 + ab - a^2 - b^2 + ab = 2ab$$

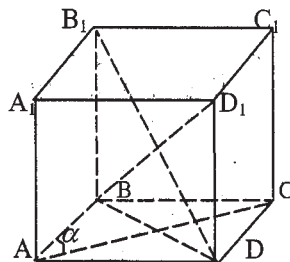
$$DD_1^2 = 2ab \Leftrightarrow DD_1 = \sqrt{2ab}.$$

$$S_{tam} = S_{yan} + 2S_{ot}$$

$$S_{yan} = 2(a+b) \cdot \sqrt{2ab}$$

$$S_{tam} = 2(a+b) \cdot \sqrt{2ab} + 2 \frac{ab \cdot \sqrt{3}}{2} = 2(a+b) \cdot \sqrt{2ab} + ab \cdot \sqrt{3} = \sqrt{ab} (2\sqrt{2}(a+b) + \sqrt{3ab})$$

Cavab: $\sqrt{ab} (2\sqrt{2}(a+b) + \sqrt{3ab})$.



Şəkil 23.

24. Həlli:

Verilir:

$AB=1\text{sm};$

$AD=4\text{sm};$

$AC_1=5\text{sm};$

$\angle BAD=60^\circ.$

Tapmalı: $S_{\text{tam}}=?$

$$S_{\text{ot}} = AB \cdot AD \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$$

 $\angle ABC = 120^\circ$ olduğunu nəzərə alsaq, ΔABC -dən kosinuslar teoreminə görə yazı bilərik:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 120^\circ = 16 + 1 + 4 = 21.$$

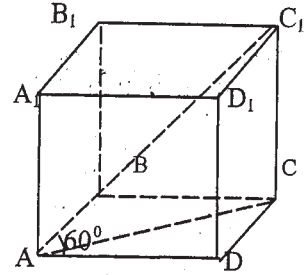
 ΔAC_1C -dən;

$$CC_1^2 = AC_1^2 - AC^2 = 4 \Leftrightarrow CC_1 = 2\text{sm}$$

$$S_{\text{tam}} = S_{\text{yan}} + 2S_{\text{ot}}$$

$$S_{\text{yan}} = 2(2 + 8) = 20\text{sm}^2$$

$$S_{\text{tam}} = 20\text{sm}^2 + 4\sqrt{3}\text{sm}^2 = 4(5 + \sqrt{3})\text{sm}^2$$

Cavab: $4(5 + \sqrt{3})\text{sm}^2.$ **Şəkil 24.****25. Həlli:**

Verilir:

$AB=BC=CD=AD=AA_1=a$

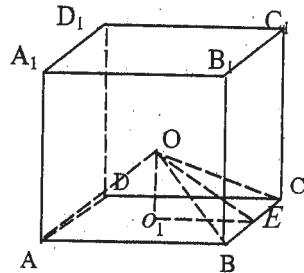
Tapmalı: $S_{\text{tam}}=?$

$$OO_1 = \frac{a}{2};$$

$$S_{\text{ot}} = a^2$$

 ΔOO_1D -dən

$$OE^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow OE = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

**Şəkil 25.**

$$S_{\Delta DOC} = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^2}{2\sqrt{2}};$$

$$S_{yan} = 4 \cdot S_{\Delta DOC} = \frac{4a^2}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}a^2$$

$$S_{tam} = a^2 + \sqrt{2}a^2 = a^2(\sqrt{2} + 1)$$

$$S_{tam} = a^2(\sqrt{2} + 1).$$

Cavab: $a^2 \cdot (\sqrt{2} + 1).$

26. Həlli:

Verilir:

$$AB=BC=\dots=a$$

$$AD_1=d$$

Tapmalı: $S_{tam}=?$

Düzgün n-bucaqlının sahə düsturuna əsasən yazıb
bilərik:

$$S_n = \frac{1}{2} R^2 \cdot n \cdot \sin \frac{360^\circ}{n};$$

$$a_6 = R$$

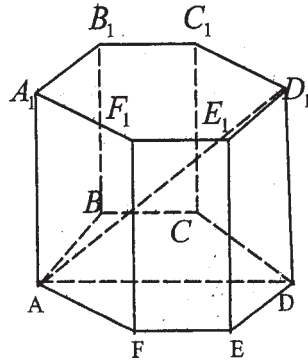
$$S_{ot} = \frac{1}{2} a^2 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$AD_1 = d; \quad h = DD_1 = a$$

$$AD_1^2 = AD^2 + DD_1^2;$$

$$AD = 2R = 2a.$$

$$AD_1^2 = 4a^2 + a^2 = 5a^2;$$



Şəkil 26.

$$d^2 = 5a^2 \Leftrightarrow a = \frac{d}{\sqrt{5}}$$

$$S_{tam} = S_{yan} + 2S_{ot}$$

$$S_{yan} = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot \frac{d^2}{5} = \frac{6}{5}d^2$$

$$S_{tam} = \frac{6}{5}d^2 + 2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{d^2}{5} = \frac{6}{5}d^2 + \frac{3\sqrt{3}d^2}{5} = \frac{1}{5}d^2(6 + 3\sqrt{3})$$

Cavab: $\frac{1}{5}d^2(6 + 3\sqrt{3})$.

27. Həlli:

Verilir:

EF=d

Tapmalı: $S_{tam}=?$

AB=BC=CD=AD=CC₁=...=a
götürək.

$$AC^2 = 2a^2 \Leftrightarrow AC = \sqrt{2}a$$

ΔAC_1C -dən

$$AC_1^2 = AC^2 + CC_1^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2$$

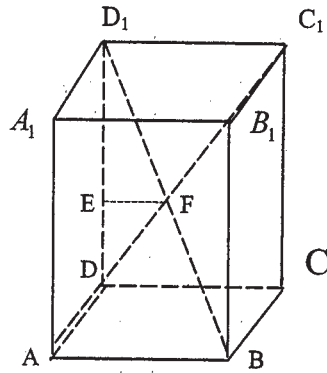
$$AC_1 = a\sqrt{3}$$

$$AF = B_1F = \frac{\sqrt{3}a}{2};$$

$$BE = EB_1 = \frac{a}{2}.$$

ΔB_1EF -dən;

$$B_1E^2 + EF^2 = B_1F^2$$



Şəkil 27.

$$\frac{a^2}{4} + d^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$a^2 + 4d^2 = 3a^2$$

$$2a^2 = 4d^2$$

$$a^2 = 2d^2$$

$$a = \sqrt{2}d$$

$$S_{\text{tam}} = 6a^2 = 6 \cdot (\sqrt{2}d)^2 = 6 \cdot 2d^2 = 12d^2$$

Cavab: $12d^2$.

28. Həlli:

Verilir:

$$AB=BC=CD=AC=a$$

Tapmalı: $S_{\text{tam}}=?$

Tutaq ki, AA_1D_1D və BB_1C_1C

üzləri kvadrat, AA_1B_1B və

D_1C_1CD üzləri isə rombdur.

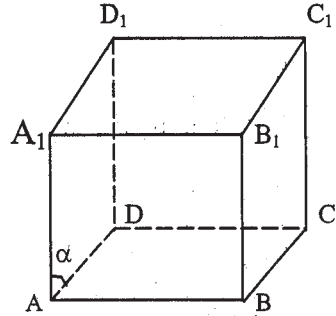
$$S_{ABCD} = \alpha^2;$$

$$S_{AA_1D_1D} = S_{BB_1C_1C} = a^2$$

$$S_{AA_1B_1B} = S_{D_1C_1CD} = AB \cdot AA_1 \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$S_{\text{tam}} = 4a^2 + 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 = a^2(4 + \sqrt{3})$$

Cavab: $a^2(4 + \sqrt{3})$.



Şəkil 28.

29. Halli:

Verilir:

$$AB=BC=CD=AD=\alpha$$

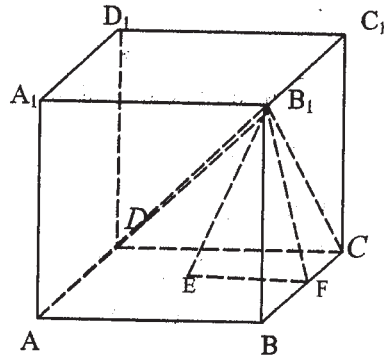
$$D_1 C = b$$

Tapmalı: $S_{\text{tam}} = ?$

$$DF = \frac{1}{2}DC = \frac{a}{2};$$

$$EF = \frac{a}{2};$$

ΔED_1F -dən;



Şəkil 29.

$$D_1 F^2 = b^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{4b^2 + a^2}{4}$$

$$D_1 F = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4b^2 + a^2}$$

$$S_{D_1DCC_1} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{4b^2 + a^2}$$

$$S_{tam} = S_{yan} + 2S_{ot}$$

$$S_{yan} = 4S_{D_1DCC_1} + 2a^2 = 2a^2 + 2a\sqrt{4b^2 + a^2}$$

$$S_{tam} = 2a(a + \sqrt{4b^2 + a^2})$$

Cavab: $2a(a + \sqrt{4b^2 + a^2})$.

30. Həlli:

Verilir:

$$EF = a$$

Tapmalı: $S_{\text{tam}} = ?$

$\triangle ABC$ -dən:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2};$$

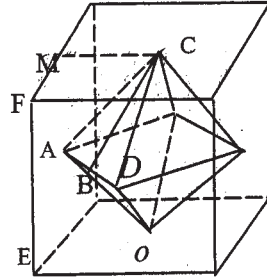
$$AC = CD = AD = \frac{a}{\sqrt{2}}; \quad AC = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$CM^2 = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{8} = \frac{3a^2}{8} \Leftrightarrow CM = \sqrt{\frac{3}{8}} \cdot a$$

$$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \cdot CM \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{8} a^2$$

$$S_{\text{tam}} = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{8} \cdot a^2 = \sqrt{3} a^2.$$

Cavab: $\sqrt{3} a^2$.



Şəkil 30.

31. Həlli:

$$S_{AB_1C_1D} = Q$$

$$AB = BC = CD = AD$$

$$\angle C_1EC = \angle EC_1C = 45^\circ$$

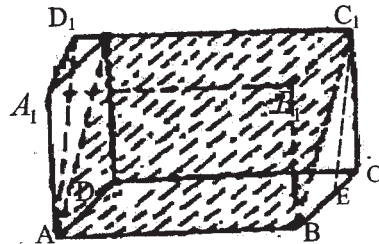
Tapmalı: $S_{\text{yan}} = ?$

$\triangle C_1EC$ -dən

$$C_1E^2 = CE^2 + CC_1^2$$

Burada $CE = CC_1$ olduğundan,

$$C_1E^2 = 2CC_1^2 \Leftrightarrow C_1E = \sqrt{2}CC_1, \quad \text{olur.}$$



Şəkil 31.

$$S_{AB_1C_1D} = AD \cdot \sqrt{2} \cdot CC_1^2 = Q \Leftrightarrow AD \cdot CC_1 = \frac{Q}{\sqrt{2}}$$

$$S_{yan} = 4AD \cdot CC_1 = 4 \cdot \frac{Q}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}Q,$$

$$S_{yan} = 2\sqrt{2}Q,$$

Cavab: $2\sqrt{2}Q$.

32. Həlli:

$ABCA_1B_1C_1$ -düzgün
üçbucaqlı prizmadır.

$$AA_1 = h, \quad \angle BA_1C = 2\alpha,$$

$\Delta A_1AB = \Delta A_1AC$ (katətlər
bərabər olduğu üçün).

Onda $A_1B = A_1C$.

Deməli, A_1BC üçbucağı

bərabəryanlıdır. ABC və A_1BC

bərabəryanlı üçbucaqlarında AN və A_1N

medianları həm hündürlük və

həm də tən böləndir. $AB = x$ olsun. Onda

$$AN = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

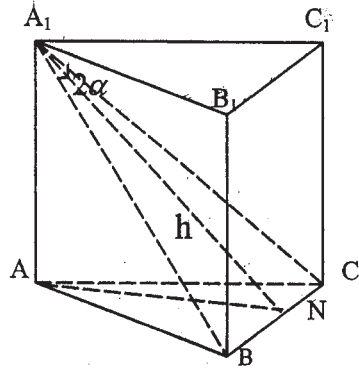
ΔA_1BN -dən;

$$\angle BA_1N = \alpha, \quad A_1N = BN \operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{2} \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$\Delta AA_1N \text{ -dən; } AA_1^2 = A_1N^2 - AN^2,$$

$$h^2 = \left(\frac{x}{2} \operatorname{ctg} \alpha \right)^2 - \left(\frac{x\sqrt{3}}{2} \right)^2,$$

Buradan



Şəkil 32.

$$x^2 = \frac{4h^2}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 3} = \frac{h^2 \sin^2 \alpha}{\sin(30^\circ + \alpha) \cdot \sin(30^\circ - \alpha)}.$$

$$S_{\Delta_1 BC} = \frac{1}{2} BC \cdot A_1 N = \frac{1}{2} x \cdot \frac{1}{2} x \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{4} x^2 \operatorname{ctg} \alpha =$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{h^2 \sin^2 \alpha}{\sin(30^\circ + \alpha) \cdot \sin(30^\circ - \alpha)} \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{h^2 \sin 2\alpha}{8 \cdot \sin(30^\circ + \alpha) \cdot \sin(30^\circ - \alpha)}$$

33. Həlli:

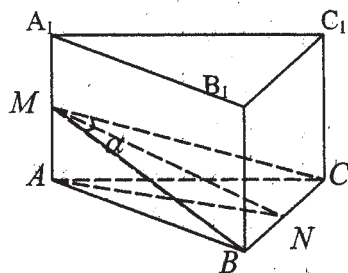
Prizmanın oturacağının tərəfini x qəbul edək;

$$AN = \frac{x \cdot \sqrt{3}}{2};$$

ΔBMN -dən;

$$\angle BMN = \frac{\alpha}{2};$$

$$BN = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot x$$



Şəkil 33.

$$MN = BN \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{x}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2},$$

ΔAMN düzbucaqlı üçbucağında;

$AN = MN \cdot \cos \angle ANM$, AN və MN -in qiymətlərini bu bərabərlikdə yerinə yazsaq:

$$\frac{x \sqrt{3}}{2} = \frac{x}{2} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \angle ANM,$$

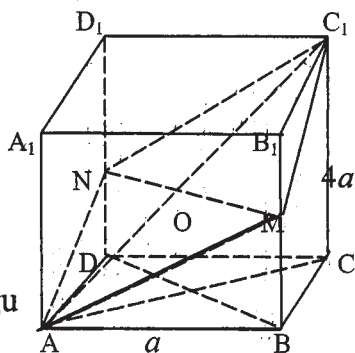
Buradan

$$\cos \angle ANM = \frac{\sqrt{3}}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}};$$

$$\angle ANM = \arccos \left(\sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right).$$

34. Həlli:

Tutaq ki, prizmanın AC_1 diaqonalından keçən AMC_1N kəsiyi oturacağıın BD diaqonalına paraleldir. Onda $MN \parallel BD$. $BMND$ paraleloqramında $MN=BD$ olur. $CA \perp BD$ olduğu üçün üç perpendikulyar teoreminə görə $C_1A \perp BD$ olur.



Şəkil 34.

$MN \parallel BD$ olduğundan $C_1A \perp MN$ olur. Kəsiyin sahəsi:

$$S = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot AC_1$$

$$\triangle ABD \text{ -dən; } BD = a\sqrt{2}.$$

$$\triangle ACC_1 \text{ -dən;}$$

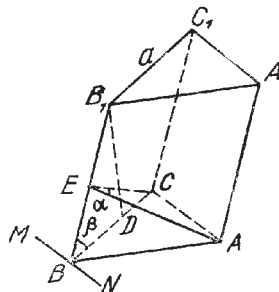
$$\sqrt{AC^2 + CC_1^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (4a)^2} = 3a\sqrt{2}$$

Buradan

$$S = \frac{1}{2} a \cdot \sqrt{2} \cdot 3a \cdot \sqrt{2} = 3a^2 \text{ alırıq.}$$

35. Həlli:

AC tilindən BB_1 yan tilinə perpendikulyar müstəvi keçirək. Onda AEC üçbucağı perpendikulyar kəsik, AEC bucağı isə BB_1 tilindəki ikiüzlü bucağın xətti bucağı olacaqdır.



Şəkil 35.

B_1D parçası ABC müstəvisinə perpendikulyar olduğu üçün bu düz xətdən keçən BB_1C_1C müstəvisində həmin müstəviyə perpendikulyar olacaqdır (iki müstəvinin perpendikulyarlıq əlamətinə görə). B nöqtəsindən $MN \parallel AC$ çəkək $BC \perp AC$ (şərtə görə), $MN \parallel AC$ olduğu üçün $BC \perp MN$ olur. BD parçası BB_1 mailinin proyeksiyasıdır. Ona görə də B_1BC bucağı yan til ilə oturacaq müstəvisi arasındakı verilmiş β bucağıdır. Üç perpendikulyar teoreminə görə $B_1B \perp MN$ olur. $MN \perp BC$, $MN \perp B_1B$ olduğu üçün $MN \perp (BB_1C)$ və $AC \parallel MN$ olduğu üçün $AC \perp (BB_1C)$ olacaqdır. Deməli, AEC üçbucağı düzbucaqlı üçbucaqdır.

$$\triangle BB_1D \text{ -dən; } BB_1 = \frac{BD}{\cos \beta} = \frac{\frac{1}{2}BC}{\cos \beta} = \frac{a}{2 \cos \beta}$$

$$\triangle BEC \text{ -dən; } EC = BC \sin \beta = a \sin \beta$$

$$\triangle AEC \text{ -dən; } AC = EC \operatorname{ctg} \alpha = a \sin \beta \operatorname{tg} \alpha$$

$$AE = \frac{CE}{\cos \alpha} = \frac{a \sin \beta}{\cos \alpha}$$

Perpendikulyar kəsinin perimetri:

$$\begin{aligned}
 CE + AC + AE &= a \sin \beta + a \sin \beta \operatorname{tg} \alpha + \frac{a \sin \beta}{\cos \alpha} = \\
 &= a \sin \beta \left(1 + \operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} \right) = a \cdot \sin \beta \cdot \frac{\cos \alpha + \sin \alpha + 1}{\cos \alpha} = \\
 &= \frac{\sqrt{2} a \sin \beta \cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}.
 \end{aligned}$$

Prizmanın yan səthi;

$$S = \frac{a^2 \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{2} \cdot \sin \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)}.$$

36 Həlli:

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ düzbucaqlı paralelepipeddir.

$AB + AD + AA_1 = 5$, $AB \cdot AD = 1$. $AB = x$, $AD = y$,

$AA_1 = z$ qəbul edək. Onda

$$x + y + z = 5,$$

$$xy = 1 \text{ olar.}$$

Paralelepipedin yan səthi

$$S_{\text{yan}} = 2(x + y) \cdot z,$$

Oturacaqların sahələri cəmi;

$$S = 2xy,$$

$$S_{\text{tam}} = 2(x + y) \cdot z + 2xy \text{ olacaqdır.}$$

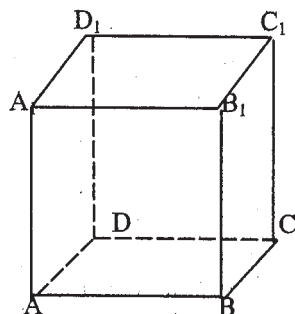
$xy = 1$ və $x + y = 5 - z$ olduğuna

$$\text{görə } S_1 = 2(5 - z) \cdot z + 2$$

yaza bilərik

$$S_{\text{tam}} = 2(5z - z^2 + 1) = -2(z^2 - 5z - 1);$$

z -in hansı qiymətində paralelepipedin səthi ən böyük olur?



Şəkil 36.

Tam səthin ifadəsini

$S_T = 2\left(z - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{29}{2}$ şəklinə gətirsək, $z = \frac{5}{2}$ olanda tam səthi ən böyük qiymət alır. $z = \frac{5}{2}$ olduğunu nəzərə alsaq.

$$\begin{cases} x + y + z = 5 \\ xy = 1 \end{cases} \text{ sistemindən}$$

$x=2$, $y = \frac{1}{2}$ və ya $x = \frac{1}{2}$, $y=2$ qiymətləri tapılır.

37. Həlli:

$C_1D_1 \perp (AA_1B_1)$ çəkək.

$(A_1C_1B_1) \perp (AA_1B_1)$ olduğundan

C_1D_1 perpendikulyarı $A_1C_1B_1$ müstəvisi üzərində olub, A_1B_1 parçasını onun D_1 orta nöqtəsində kəsir. B nöqtəsi D_1 ilə birləşdirək.

BD_1 parçası BC_1 diaqonalının proyeksiyası olacaqdır. $\angle C_1B D_1 - BC_1$

diaqonalı ilə AA_1B_1B üzü arasındakı bucaq olacaqdır.

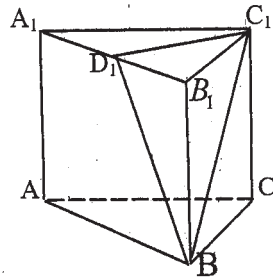
Şərtə görə $\angle C_1B D_1 = \alpha$, $CC_1 = h$.

Tutaq ki, $BC=x$.

$$\text{Onda} \quad S_T = 3xh + \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 \quad (1)$$

$$D_1C_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x$$

$$\triangle BD_1C_1 \text{ -dən; } BC_1 = \frac{D_1C_1}{\sin \alpha},$$



Şəkil 37.

$$BC_1 = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin \alpha} x,$$

$$\Delta BC_1C \text{ -dən; } \left(\frac{\sqrt{3}x}{2 \sin \alpha} \right)^2 = x^2 + h^2,$$

Buradan

$$x = \frac{2h \sin \alpha}{\sqrt{3} - 4 \sin^2 \alpha}$$

x-in qiymətini (1)-də nəzərə alsaq, alırıq.

$$S_T = \frac{2\sqrt{3}h^2 \sin \alpha}{\sqrt{3} - 4 \sin^2 \alpha} \cdot \left(\sqrt{3} + \frac{\sin \alpha}{\sqrt{3} - 4 \sin^2 \alpha} \right).$$

38. Həlli:

Verilir:

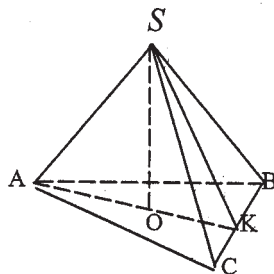
SABC – piramida.

BC=12sm

AB=AC=10sm,

Oturacaqdakı ikiüzlü bucaq $\alpha = 45^\circ$.

SO – piramidanın hündürlüyüdür.



Şəkil 38.

Tapmalı: SO=?

1. Piramidanın oturcaq tilindəki bütün ikiüzlü bucaqları bərabərdir. Bu halda piramidanın bütün yan üzlərinin hündürlükləri bir-birinə bərabərdir. Bu halda piramidanın oturacağının daxilinə çevrə çəkmək olar və piramidanın hündürlüyünün oturacağı bu çevrənin mərkəzinə düşür.

Onda O nöqtəsi ΔABC -in daxilinə çəkilmiş çevrənin mərkəzidir.

Digər tərəfdən: $AB=AC$, Deməli, $AK \perp BC$, $O \in AK$ olar.

Qurmaya görə $OK \perp BC$,

Üç perpendikulyar haqqında teoremə görə $SK \perp BC$.
 $\angle SKO = 45^\circ$ ikiüzlü bucağın xətti bucağıdır.

$$2. S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \\ = \sqrt{16 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 4} = 4 \cdot 6 \cdot 2 = 48 (\text{sm}^2)$$

$$OK = r = \frac{S_{\triangle}}{p} = \frac{48}{16} = 3 (\text{sm})$$

3. $\triangle SOK$ -dan;

$$SO = OK \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = 3 \cdot 1 = 3 (\text{sm})$$

Cavab: 3sm.

39. Həlli:

Piramidanı oturacağına paralel müstəvi ilə kəsdikdə:

- 1) Kəsikdə alınan çoxbucaqlı oturacağa oxşar və paralel olur.
- 2) Oxşar fiqurların sahələri nisbəti onların xətti ölçülərinin kvadratları nisbətinə bərabərdir. Onda

$$\frac{S_{\text{kəs}}}{S_{\text{ot}}} = \frac{x^2}{h^2};$$

$$x = \sqrt{\frac{S_{\text{kəs}}}{S_{\text{ot}}} h^2} = \sqrt{\frac{50 \cdot 256}{512}} = \sqrt{25} = 5 (\text{m})$$

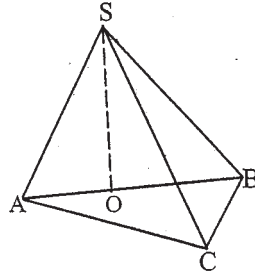
Onda kəsiyin oturacaqdan olan məsafəsi

$$16 - 5 = 11 (\text{m}) \text{ olar}$$

Cavab: 11 m.

40. Həlli:

1. Tutaq ki, $SABC$ verilmiş piramidanın təsviridir. Piramidanın bütün yan tilləri oturacaq müstəvisi ilə β -ya bərabər meyl bucaqlar əmələ gətirdiyindən, piramidanın bütün yan tilləri bir-birinə bərabərdir. Bu halda piramidanın oturacağının xaricinə çevrə çəkmək olar. Bundan başqa $\angle ACB = 90^\circ$.



Şəkil 39.

Buradan $AO = CO = \frac{1}{2} AC$

AO – AS -in $S_{\text{otur.}}$ üzərindəki proyeksiyadır.

Deməli, $\angle SAO = \beta$.

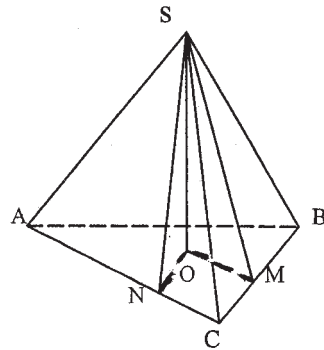
2. $\triangle ASO$ -dan;

$$SO = AO \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$$

Cavab: $\frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$.

41. Həlli:

1. Tutaq ki, $SABC$ -verilmiş piramidanın təsviridir. Piramidanın bütün yan üzləri oturacaq müstəvisi ilə bərabər ikiüzlü bucaqlar əmələ gətirirsə, onda O nöqtəsi $\triangle ABC$ -in daxilinə çəkilmiş çevrənin mərkəzi olar. Onda $OM \perp BC$ və $OM = r$.



Şəkil 40.

Üç perpendikulyar haqqında

teoremə görə $OM \perp BC$, onda $SM \perp BC$.

Beləliklə, $\angle SMO = 60^\circ$ (ikiüzrlü bucağın xətti bucağı).

2. $\triangle ABC$ -dən;

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10(sm)$$

$$3. S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24(sm^2)$$

$$4. OM = r = \frac{S_{\triangle}}{p} = \frac{24}{\frac{1}{2}(10+8+6)} = \frac{24}{12} = 2(sm).$$

5. $\triangle SOM$ -dən;

$$OS = OM \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = 2\sqrt{3}(sm)$$

Cavab: $2\sqrt{3}(sm)$

42. Həlli:

Verilir:

SABC-düzgün üçbucaqlı piramida

$AB = a$;

SO-piramidanın hündürlüyü;

$SO = h$;

$BCM \perp AS$

Tapmalı: $S_{kəs} = ?$

1. $AD \perp BC$ çəkkək, onda $MD \perp BC$,

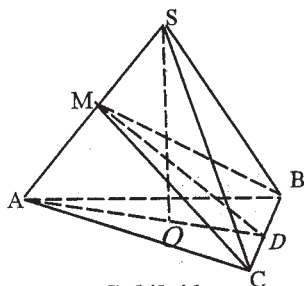
(SABC-düzgün piramida olduğunda görə).

$\angle ADM$ -oturacaq müstəvisi ilə kəsiyin müstəvisinin
əmələ gətirdiyi ikiüzrlü bucağın xətti bucağıdır.

Şərtə görə;

$$S_{kəs} = S_{ot} \cdot \cos \angle ADM$$

($\angle ADM = \angle ASO$, $\triangle ADM \sim \triangle ASO$).



Şəkil 41.

$$AO = R = \frac{a}{\sqrt{3}};$$

$$AS = \sqrt{AO^2 + SO^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{a^2 + 3h^2}$$

$$\cos \angle ASO = \frac{SO}{AO} = \frac{h \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3h^2}};$$

$$S_{\text{kəs.}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{h \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3h^2}} = \frac{3a^2 \cdot h}{4\sqrt{a^2 + 3h^2}}$$

$$\text{Cavab: } \frac{3a^2 \cdot h}{4\sqrt{a^2 + 3h^2}}.$$

43. Həlli:

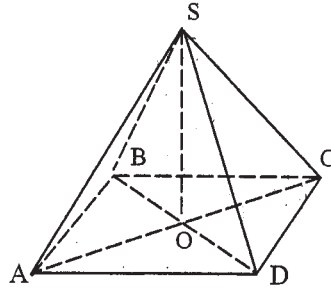
Verilir:

SABCD-düzgün piramidadır.

$SO \perp S_{\text{oturacaq}}$

$SO = 7 \text{ sm,}$

$AB = 8 \text{ sm.}$



Şəkil 42.

Tapmalı: $SA = ?$

1. Piramida düzgün piramida olduğundan

$$O = AC \cap BD \quad \text{və} \quad AO = \frac{1}{2} AC$$

2. $\triangle ABC$ -dən;

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{64 + 64} = 8\sqrt{2} (\text{sm})$$

$$OA = 4\sqrt{2} (\text{sm})$$

3. $\triangle ASO$ -dən;

$$AS = \sqrt{SO^2 + AO^2} = \sqrt{49 + 32} = \sqrt{81} = 9 (\text{sm})$$

Cavab: 9sm.

44. Həlli:

Verilir:

SABCD-piramidadır;

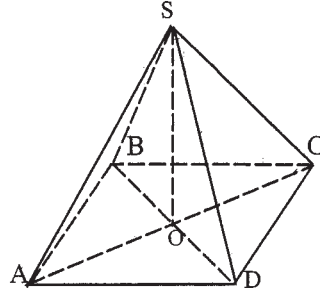
$$AC \cap BD = O;$$

$$SO \perp S_{\text{oturacaq}}$$

ABCD-paraleloqram;

$$AB=3\text{sm}; AD=7\text{sm};$$

$$BD=6\text{sm}; SO=4\text{sm};$$



Şəkil 43.

$$SA=? \quad SB=?$$

1. ABCD paraleloqramdır, onda

$$AO=OC, \quad BO=OD \quad \text{və} \quad AC^2 + BD^2 = 2AB^2 + 2AD^2$$

$$AC = \sqrt{2AB^2 + 2AD^2 - BD^2} = \sqrt{18 + 98 - 36} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}(\text{sm})$$

2. $\triangle AOS$ -dən;

$$AS = \sqrt{AO^2 + OS^2} = \sqrt{20 + 16} = \sqrt{36} = 6(\text{sm})$$

3. $\triangle BOS$ -dən;

$$BS = \sqrt{BO^2 + OS^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5(\text{sm})$$

Cavab: 5 sm , 6 sm

45. Həlli:

Verilir:

$SO \perp S_{\text{ot}}$ və verilmiş piramida

düzgün piramidadır. Bu halda

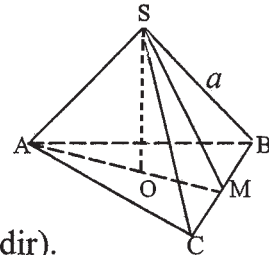
piramidanın oturacağının xaricinə

çevrə çəkmək olar və piramidanın

hündürlüyünün oturacağı bu çevrənin

mərkəzinə düşür. (O-çevrənin mərkəzidir).

1. Üçbucaqlı piramida üçün



Şəkil 44 (a)

$$AO = R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S_{\Delta}} = \frac{a^3 \cdot 4}{4 \cdot a^2 \sqrt{3}} = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{3}.$$

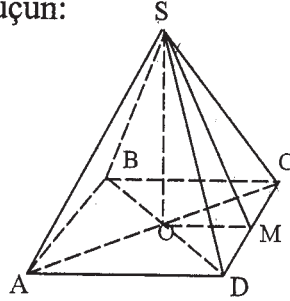
Buradan

$$SO = \sqrt{AS^2 - AO^2} = \sqrt{b^2 - \frac{3a^2}{9}} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{9b^2 - 3a^2};$$

2. Düzgün dördbucaqlı piramida üçün:

$$AO = R = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Onda } SO &= \sqrt{AS^2 - AO^2} = \\ &= \sqrt{b^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4b^2 - 2a^2}; \end{aligned}$$

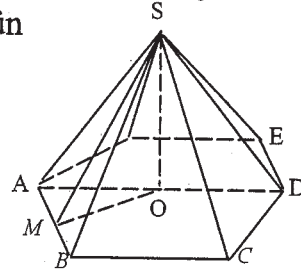


Şəkil 44 (b)

3. Düzgün altıbucaqlı piramida üçün

$$AO = R = a$$

$$\begin{aligned} \text{Onda } SO &= \sqrt{AS^2 - AO^2} = \\ &= \sqrt{b^2 - a^2}; \end{aligned}$$



Şəkil 44 (c)

46. Həlli:

Verilir:

$SO \perp S_{ot}$ və verilmiş piramida düzgün piramidadır.

Oturacaq tilindəki bütün ikiüzrlü bucaqları bir-birinə bərabər olan piramidanın bütün yan üzlərinin hündürlükləri bir-birinə bərabərdir.

Bu halda piramidanın oturacağının daxilinə çevrə çəkmək olar və bu piramidanın hündürlüyünün oturacağı bu çevrənin mərkəzinə düşür.

1. Düzgün üçbucaqlı piramida üçün

$$OM = r = \frac{S_{\Delta}}{p} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot \frac{3a}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{6};$$

$$\text{Onda: } SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{h^2 + \frac{3a^2}{36}} = \frac{1}{6} \sqrt{36h^2 + 3a^2}$$

2. Düzgün dördbucaqlı piramida üçün $OM = r = \frac{1}{2}a$

$$\text{Onda: } SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{4h^2 + a^2}$$

3. Düzgün altıbucaqlı piramida üçün:

$$OM = r = AO \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Onda: } SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{h^2 + \frac{3a^2}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{4h^2 + 3a^2}$$

47. Həlli:

Verilir:

SABCDEF-düzgün piramida

$AS = a$,

$SO \perp S_{ot}$

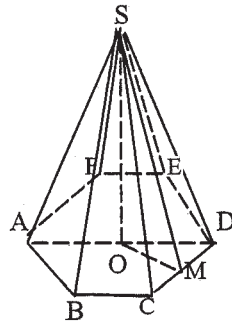
$OM \perp CD$

$OM = r$

Tapmalı: $S_{\text{tam}} = ?$

1. $\triangle OMD$ -dən;

$$OD = \frac{OM}{\sin 60^\circ} = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$



Şəkil 45.

$$CD = OD = \frac{2r}{\sqrt{3}} \text{ və } MD = \frac{1}{2} CD = \frac{r}{\sqrt{3}};$$

2. ΔSMD -dən;

$$MS = \sqrt{SD^2 - MD^2} = \sqrt{a^2 - \frac{r^2}{3}} = \frac{\sqrt{3a^2 - r^2}}{\sqrt{3}};$$

$$3. S_{otur} = 6 \cdot S_{\Delta OCD} = 6 \cdot \frac{CD \cdot \sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{4r^2 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot 3} = 2r^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$S_{yan} = 6 \cdot S_{\Delta CSD} = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot CD \cdot SM =$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2r}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3a^2 - r^2}}{\sqrt{3}} = 2r \cdot \sqrt{3a^2 - r^2}$$

$$S_{tam} = S_{otur} + S_{yan} = 2r^2 \cdot \sqrt{3} + 2r \cdot \sqrt{3a^2 - r^2} = 2r(r\sqrt{3} + \sqrt{3a^2 - r^2})$$

Cavab: $2r \cdot (r\sqrt{3} + \sqrt{3a^2 - r^2})$ (harada ki, şərtə görə $a > r$).

48. Həlli:

Verilir:

SABCD-düzgün piramda

$$S_{yan} = 14,76 \text{ m}^2,$$

$$S_{tam} = 18 \text{ m}^2$$

Tapmalı: $SO = ?$

$$AB = ?$$

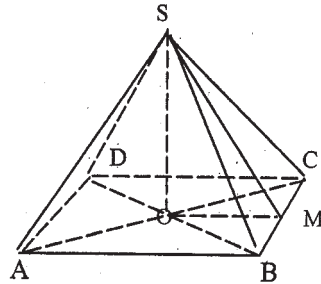
$$1. S_{tam} = S_{yan} + S_{ot};$$

$$S_{ot} = S_{tam} - S_{yan} = 18 - 14,76 = 3,24 (\text{m}^2)$$

$$2. S_{ot} = AB^2$$

$$\text{Buradan } AB = \sqrt{S_{otur}} = \sqrt{3,24} = 1,8 (\text{m})$$

$$3. OM = \frac{1}{2} AB = 0,9 \text{ m}$$



Şəkil 46.

$$4. S_{yan} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot SM$$

Buradan

$$SM = \frac{S_{yan}}{2BC} = \frac{14,76}{2 \cdot 1,8} = 4,1(m)$$

5. $\triangle SOM$ -dən;

$$OS = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{16,81 - 0,81} = \sqrt{16} = 4(m)$$

Cavab: 1,8m; 4m.

49. Həlli:

Verilir:

SABCD-düzgün piramida;

$AB = a$;

$S_{\triangle ASC} = S_{ABCD}$

Tapmalı: $S_{yan} = ?$

1. $\triangle ACB$ -dən;

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a \cdot \sqrt{2}$$

2. $S_{ABCD} = a^2$

$$S_{\triangle ASC} = \frac{1}{2} AC \cdot SO = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot SO.$$

$$\text{Onda: } \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot SO = a^2$$

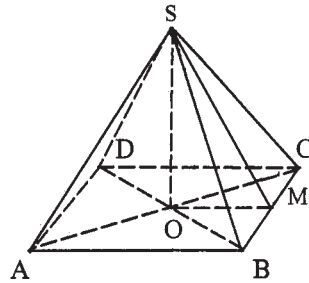
$$SO = a\sqrt{2}$$

3. $\triangle SOM$ -dən;

$$SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{2a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{3a}{2}.$$

$$4. S_{yan} = 4 \cdot S_{\triangle BSC} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot SM = 2 \cdot a \cdot \frac{3a}{2} = 3a^2.$$

Cavab: $3a^2$.



Şəkil 47.

50. Həlli:

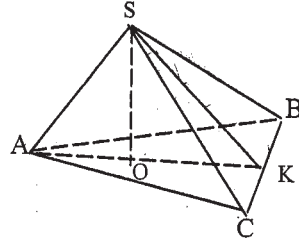
Verilir:

SABC-düzgün piramida;

AS=10sm;

$S_{yan}=144\text{sm}^2$

$AK \perp BC$



Şəkil 48.

Tapmalı: $BC=?$

$SK=?$

1. Piramida düzgün piramida olduğundan, onda $O \in AK$, harada ki,

$$AK \perp BC \text{ və } OK = r = \frac{1}{3} AK$$

2. $\triangle SCK$ -dan;

$$SK = \sqrt{SC^2 - CK^2} = \sqrt{100 - \frac{BC^2}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{400 - BC^2}$$

$$3. S_{yan} = 3 \cdot S_{\triangle BSC} = 3 \cdot \frac{1}{2} BC \cdot SK =$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot \frac{1}{2} \sqrt{400 - BC^2} = \frac{3}{4} BC \cdot \sqrt{400 - BC^2}$$

$$144 = \frac{3}{4} BC \cdot \sqrt{400 - BC^2};$$

$$192 = BC \cdot \sqrt{400 - BC^2};$$

$$BC^4 - 400BC^2 + 192^2 = 0;$$

$$BC^2 = 200 \pm \sqrt{200^2 - 192^2} = 200 \pm 56.$$

a) $BC^2=256,$

$BC=16\text{sm}.$

b) $BC^2=144\text{sm},$

$BC=12.$

$$4. a) SK = \frac{1}{2}\sqrt{400 - BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{400 - 256} = 6(sm)$$

$$b) SK = \frac{1}{2}\sqrt{400 - 144} = 8(sm)$$

Cavab: a) 16sm; 6sm;

b) 12sm; 8sm.

51. Həlli:

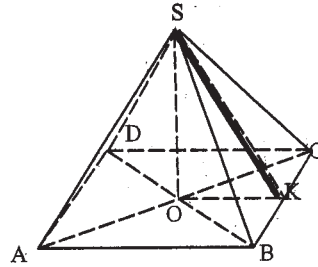
Verilir:

SABCD-düzgün piramida

SB=5sm;

$S_{\text{tam}} = 16sm^2$,

$SK \perp BC$,



Şəkil 49.

Tapmalı: BC=?

1. $\triangle SBK$ -dan;

$$SK = \sqrt{SB^2 - BK^2} = \sqrt{25 - \frac{a^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{100 - a^2}$$

$$2. S_{\text{tam}} = S_{\text{otur.}} + S_{\text{yan}} = AB^2 + 4S_{\triangle BSC} =$$

$$= a^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot SK = a^2 + a\sqrt{100 - a^2};$$

$$\text{Buradan; } 16 = a^2 + a\sqrt{100 - a^2};$$

Alınmış tənliyi həll edək.

$$16 - a^2 = a\sqrt{100 - a^2};$$

$$a^4 - 32a^2 + 256 = 100a^2 - a^4;$$

$$a^4 - 66a^2 + 128 = 0;$$

$$a^2 = 33 \pm \sqrt{1089 - 128} = 33 \pm 31$$

$$1) a^2 = 64; \quad BC = a = 8sm$$

$$2) a^2 = 2; \quad BC = a = \sqrt{2}sm$$

Yoxlama

a) $BC=8\text{sm}$. Onda
 $S_{ot}=64\text{sm}^2$ və $S_{ot}>S_{tam}$
 (bu mümkün deyil)

b) $BC=2\text{sm}$. Onda
 $S_{ot}=2\text{sm}^2$ və $S_{ot}<S_{tam}$

Cavab: $\sqrt{2}\text{sm}$.

52. Həlli:

Verilir:

SABCD- piramida;

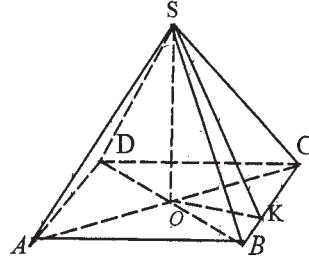
ABCD=rəmb;

$AS \cap BD = O$;

$SO \perp S_{otur}$;

$SO=1\text{m}$; $AB=8\text{m}$;

$BD=6\text{m}$.



Şəkil 50.

Tapmalı: $S_{yan}=?$

1. ABCD-rəmbdur, ona görə
 $AC^2+BD^2=4BC^2$
 $4BC^2=64+36$;
 $BC^2=25$; $BC=5\text{m}$.

$$2. S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} OB \cdot OC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6(m)$$

(ABCD-rəmb olduğu üçün)

$$S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot OK$$

$$\text{Buradan: } OK = \frac{2S_{\triangle}}{BC} = \frac{2 \cdot 6}{5} = \frac{12}{5}(m)$$

3. $\triangle OSK$ -dan;

$$SK = \sqrt{OK^2 + OS^2} = \sqrt{\frac{144}{25} + 1} = \sqrt{\frac{169}{25}} = \frac{13}{5} (m)$$

$$4. S_{yan} = 4 \cdot S_{\Delta ABC} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot BC \cdot SK = 2 \cdot 5 \cdot \frac{13}{5} = 26 (m^2)$$

Cavab: $26 m^2$.

53. Həlli:

Verilir:

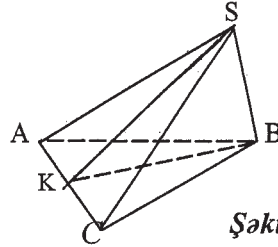
$SABC$ -piramida;

$AC=40sm$;

$AB=BC=25 sm$;

$SB \perp S_{otur}$.

$SB=8sm$



Şəkil 51.

Tapmalı: $S_{yan}=?$

$$1. S_{\Delta ASB} = S_{\Delta BSC} = \frac{1}{2} SB \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 25 = 100 (sm^2)$$

2. ABK düzbucaqlı üçbucağından (qurmaya görə).

$$\begin{aligned} BK &= \sqrt{AB^2 - AK^2} = \sqrt{AB^2 - \frac{1}{4} AC^2} = \\ &= \sqrt{625 - 400} = \sqrt{225} = 15 (sm) \end{aligned}$$

3. $S_{\Delta KSB}$ -dən;

$$KS = \sqrt{SB^2 + KB^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17 (sm).$$

$$4. S_{\Delta ASC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot SK = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 17 = 340 (sm^2)$$

$$5. S_{yan} = S_{\Delta ASB} + S_{\Delta BSC} + S_{\Delta ASC} = 100 + 100 + 340 = 540 (sm^2)$$

Cavab: $540 sm^2$.

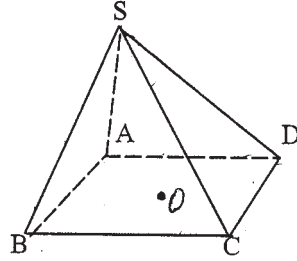
54. Həlli:

Verilir:

SABCD-piramida,

ABCD-kvadratdır, $AS \perp S_{ot}$.

$AS=21\text{dm}$, $AB=20\text{dm}$.



Şəkil 52.

Tapmalı: $S_{yan}=?$

1. $S_{\Delta ASD} = S_{\Delta ASB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot SA = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 21 = 210(\text{dm}^2)$
2. ABCD kvadratdır; $\Rightarrow AD \perp CD \Rightarrow SD \perp DC$ üç perpendikulyar teoreminə görə
Analoji olaraq $SB \perp BC$.
3. ΔASD -dən;
 $SD = \sqrt{AS^2 + AD^2} = \sqrt{441 + 400} = \sqrt{841} = 29(\text{dm})$
4. $S_{\Delta ACS} = S_{\Delta BCS} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot SB = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 29 = 290(\text{dm}^2)$
5. $S_{yan} = S_{\Delta ASB} + S_{\Delta CSD} + S_{\Delta BSC} + S_{\Delta ASD} =$
 $= 210 + 210 + 290 + 290 = 1000(\text{dm}^2)$.

Cavab: 10 m^2 .

55. Həlli:

Verilir:

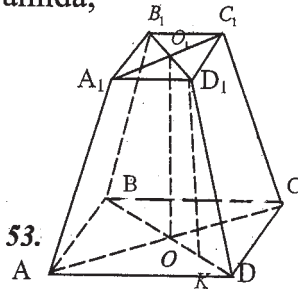
ABCD₁B₁C₁D₁-düzgün kəsik piramida;

$OO_1 \perp S_{ot}$.

$AB=10\text{sm}$;

$A_1B_1=2\text{sm}$;

$OO_1=7\text{sm}$.



Şəkil 53.

Tapmalı: $DD_1=?$

1. $\triangle ABD$ -dən;

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{100 + 100} = 10\sqrt{2}(\text{sm})$$

$$OD = \frac{1}{2}BD = 5\sqrt{2}(\text{sm})$$

2. Analoji olaraq $O_1D_1 = \frac{1}{2}B_1D_1 = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}(\text{sm})$

3. BB_1D_1D - bərabəryanlı trapesiyadır.

$$KD = OD - OK = OD - O_1D_1 = 5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}(\text{sm})$$

(qurmaya görə $D_1K \perp DB$)

4. $\triangle D_1DK$ -dən;

$$\begin{aligned} DD_1 &= \sqrt{D_1K^2 + KD^2} = \sqrt{O_1O^2 + KD^2} = \\ &= \sqrt{49 + 32} = \sqrt{81} = 9(\text{sm}) \end{aligned}$$

Cavab: 9sm.

56. Həlli:

Verilir:

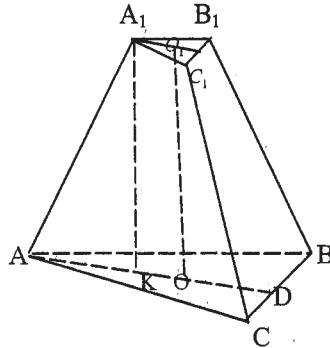
$ABCA_1B_1C_1$ -düzgün
kəşik piramida;

$D_1O \perp S_{ot}$;

$AB=4\text{dm}$;

$AA_1=2\text{dm}$;

$A_1B_1=1\text{dm}$.



Şəkil 54.

Tapmalı: $OO_1=?$

1. Verilmiş kəşik piramida düzgün kəşik piramidadır.

O və O_1 nöqtələri $\triangle ABC$ və $\triangle A_1B_1C_1$ -in xaricinə çəkilmiş
çevrələrin mərkəzləridir.

$$AO=R_1=\frac{abc}{4S_{\Delta}}=\frac{a^3}{4\cdot\frac{a^2\cdot\sqrt{3}}{4}}=\frac{a}{\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}(dm)$$

$$A_1O_1=R_2=\frac{abc}{4S_{\Delta}}=\frac{b^3}{4\cdot\frac{b^2\cdot\sqrt{3}}{4}}=\frac{b}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}(dm)$$

2. $A_1K \perp S_{ot}$ çəkək. Onda

$$A_1K = O_1O \text{ və } AK = AO - KO = AO - A_1O = \\ = \frac{4}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}(dm)$$

3. ΔAA_1K -dan;

$$A_1K = \sqrt{AA_1^2 - AK^2} = \sqrt{4 - 3} = 1(dm)$$

Cavab: 1dm.

57. Həlli:

Verilir:

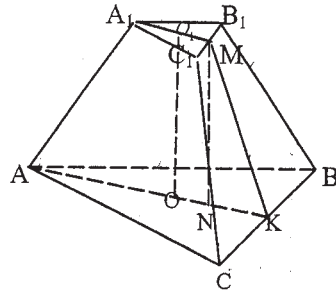
$ABCA_1B_1C_1$ -düzgün

kəşik piramida,

$AB=6sm$,

$A_1B_1=2sm$;

Oturacaqda kiüzüzlü bucaq 60^0



Şəkil 55.

Tapmalı: $OO_1=?$

1. Qurmaya görə $OK \perp BC$.,

Üç perpendikulyar haqqında teoremə
görmə $MK \perp BC$, beləliklə $\angle MKO=60^0$.

2. Piramida düzgün piramida olduğuna görə;

OK və O_1M

ΔABC və $\Delta A_1B_1C_1$ -in daxilinə çəkilmiş çevrələrin
radiuslarıdır.

Onda

$$OK = r_1 = \frac{S_{\Delta ABC}}{p} = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}}(sm)$$

$$O_1M = r_2 = \frac{S_{\Delta A_1B_1C_1}}{p_1} = \frac{b}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(sm)$$

$$3. \quad NK = OK - O_1M = \frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}(sm)$$

4. ΔMNK -dan;

$$MN = NK \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} = 2(sm)$$

Cavab: 2 sm.

58. Həlli:

Verilir:

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - düzgün

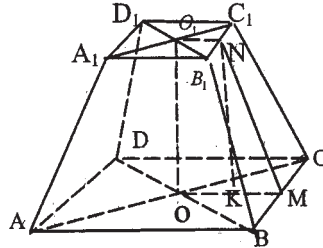
kəşik piramida,

$AB=8m$,

$A_1 B_1=2m$,

$O_1 O \perp S_{ot.}$,

$O_1 O=4m$.



Tapmalı: $S_{tam}=?$

Şəkil 56.

1. Piramida düzgün dördbucaqlı piramida olduğundan:

$$OM = \frac{1}{2} AB = 4m$$

$$O_1 N = \frac{1}{2} A_1 B_1 = 1m$$

2. $NK \perp S_{ot.}$ onda $O_1 O = NK$ və $O_1 N = OK$,

3. $KM = OM - OK = OM - O_1 N = 4 - 1 = 3(m)$

$$4. \Delta NKM; NM = \sqrt{NK^2 + KM^2} = \sqrt{16+9} = 5(m)$$

$$5. S_{yan} = 4 \cdot S_{BB_1C_1C} = 4 \cdot \frac{1}{2} (BC + B_1C_1) \cdot NK = \\ = 2(8+2) \cdot 5 = 100(m^2)$$

$$6. S_{ABCD} = AB^2 = 64m^2;$$

$$S_{A_1B_1C_1D_1} = A_1B_1^2 = 4m^2$$

$$7. S_{tam} = S_{yan} + S_{ABCD} + S_{A_1B_1C_1D_1} = 100 + 64 + 4 = 168(m^2).$$

Cavab: 168m²

59. Həlli:

Verilir:

$$AB=BC=AC=a$$

$$\angle SEM=45^\circ.$$

Tapmalı: $S_{tam}=?$

ΔABD -dən;

$$AD^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4};$$

$$AD = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

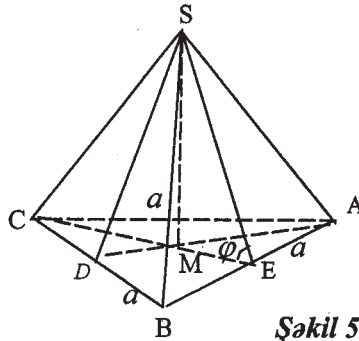
$$S_{ot.} = \frac{1}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2.$$

$$EM = SM = h \Leftrightarrow EM = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

ΔESM -dən;

$$ES^2 = EM^2 + SM^2 = 2EM^2 = \frac{a^2}{6} \Leftrightarrow EC = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

$$S_{tam} = S_{yan} + S_{ot.}$$



Şəkil 57.

$$S_{yan} = 3a \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3a^2}{2\sqrt{6}} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$$

$$S_{tam} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{6}}{4} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}a^2(\sqrt{2}+1)}{4}$$

Cavab: $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \cdot (\sqrt{2}+1).$

60. Halli:

$$\angle ADC = 90^\circ$$

$$AD = BD = DC = \ell$$

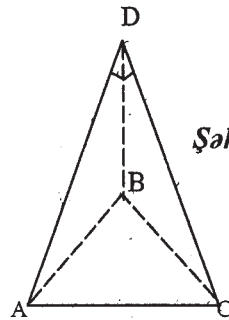
$$AB = BC = AC = a$$

$$\angle DBC = \angle BCD = 45^\circ;$$

ΔBDC -dən

$$BC^2 = BD^2 + DC^2 = 2\ell^2$$

$$a^2 = 2\ell^2 \Leftrightarrow \ell = \frac{a}{\sqrt{2}};$$



Şəkil 58.

$$S_{yan} = 3 \cdot \frac{1}{2}BD \cdot DC = \frac{3}{2}\ell^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{4}$$

$$S_{ot} = \frac{1}{2}a^2 \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$\frac{S_{yan}}{S_{ot}} = \frac{\frac{3a^2}{4}}{\frac{\sqrt{3}a^2}{4}} = \sqrt{3}$$

Cavab: $\sqrt{3}.$

61. Hælli:

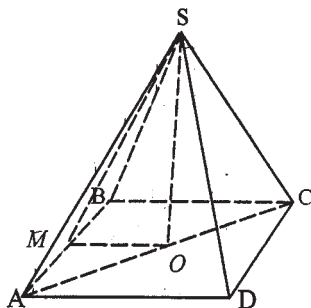
$$AC = AS = BS = CS = SD = a$$

$$S_{\text{tam}} = ?$$

$$MB = \frac{AB}{2}$$

$$h^2 = OS^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} ;$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a,$$



Şəkil 59.

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Leftrightarrow 2AB^2 = a^2 \Leftrightarrow AB = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$SM^2 = BS^2 - MB^2 = a^2 - \frac{a^2}{8} = \frac{7a^2}{8} \Leftrightarrow SM = \frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$$

$$S_{\Delta ASB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}}{8} a^2;$$

$$S_{ot} = AB^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$S_{tam} = 4S_{\Delta ASB} + S_{ot} = 4 \cdot \frac{\sqrt{7}}{8} a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{a^2(\sqrt{7} + 1)}{2}$$

$$S_{tam} = \frac{a^2(\sqrt{7} + 1)}{2}$$

Cavab: $\frac{a^2(\sqrt{7}+1)}{2}$.

62. Həlli:

Verilir.

$$MS=h$$

$$\angle SMO=60^0$$

Tapmalı: $S_{\text{tam}}=?$

$$\angle MSO = 30^0 \Leftrightarrow MO = \frac{1}{2} SM = \frac{h}{2}$$

Düzgün n -bucaqlının tərəfinin xaricə çəkilmiş çevrənin radiusu ilə ifadə düsturuna əsasən yazsa bilərik;

$$a_n = 2R \cdot \sin \frac{180^0}{n} \Leftrightarrow AB = R;$$

$$MO^2 = AO^2 - AM^2;$$

$$AM = \frac{1}{2} AB = \frac{R}{2}$$

$$\frac{h^2}{4} = R^2 - \frac{R^2}{4} = \frac{3R^2}{4} \Leftrightarrow R = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

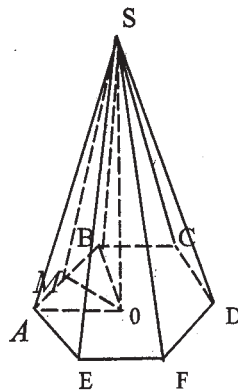
$$S_n = \frac{1}{2} R^2 \cdot n \cdot \sin \frac{360^0}{n} \text{ sahə}$$

düsturundan alırıq:

$$S_{\text{ot}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{3} \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h^2 \cdot \sqrt{3}}{2};$$

$$S_{\text{yan üz}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{\sqrt{3}} \cdot h = \frac{h^2}{2\sqrt{3}}$$

$$S_{\text{tam}} = S_{\text{yan}} + S_{\text{ot}} = \frac{6h^2}{2\sqrt{3}} + \frac{h^2 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{6h^2 + 3h^2}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}h^2}{2};$$



Şəkil 60.

$$S_{\text{tam}} = \frac{3\sqrt{3}h^2}{2}$$

Cavab: $\frac{3\sqrt{3}h^2}{2} h^2.$

63. Həlli:

$$AB=BC=AC=a$$

$$\angle SDC=60^\circ$$

Tapmalı: $S_{\text{tam}}=?$

$$\angle DSC = 30^\circ \Leftrightarrow DO = \frac{1}{2} DS$$

$\triangle BDC$ -dən;

$$DC^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Leftrightarrow DC = \frac{\sqrt{3}}{2} a;$$

$$DO = \frac{1}{3} DC = \frac{\sqrt{3}}{6} a;$$

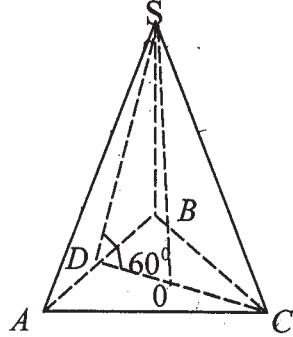
$$DS = 2DO = \frac{\sqrt{3}}{3} a;$$

$$S_{\text{yan}} = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot DS = \frac{3a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} a = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2;$$

$$\begin{aligned} S_{\text{tam}} &= S_{\text{yan}} + S_{\text{ot.}} = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 + \frac{1}{2} AB \cdot DC = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 + \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 + \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4} \end{aligned}$$

$$S_{\text{tam}} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$$

Cavab: $\frac{3\sqrt{3}}{4} a^2.$



Şəkil 61.

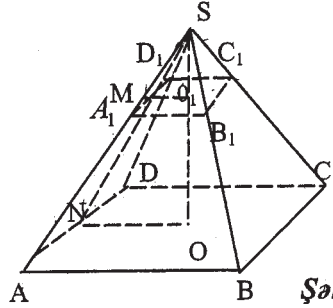
64. Həlli:

$$AC=AB=CD=AD=6\text{dm},$$

$$MO=3\text{dm},$$

$$SO=4\text{dm},$$

$$O_1O=1\text{dm}$$



Şəkil 62.

Tapmalı: $S_{\text{yan}}=?$

$$\triangle MSO \sim \triangle NSO_1;$$

$$\frac{NO_1}{MO} = \frac{SO_1}{SO} \Leftrightarrow NO_1 = \frac{3}{4} \cdot 3 = \frac{9}{4},$$

$$a \cdot d = \frac{9}{2};$$

$$SM = \sqrt{MO^2 + OS^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

$$\frac{SN}{SM} = \frac{SO_1}{SO} \Leftrightarrow SN = \frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{15}{4},$$

$$MN = SM - SN = 5 - \frac{15}{4} = \frac{5}{4}$$

$$ab = bc = cd = ad = 2NO_1 = \frac{9}{2}$$

$$S_{\text{yan}} = \frac{1}{2}(p + p_1) \cdot MN \Leftrightarrow S_{\text{yan}} = \frac{1}{2} \left(\frac{9}{2} \cdot 4 + 4 \cdot 6 \right) \cdot \frac{5}{4} =$$

$$= \frac{5}{8} \cdot 42 = 26,25$$

$$S_{\text{yan}} = 26,25 \text{dm}^2$$

Cavab: $26,25 \text{dm}^2$.

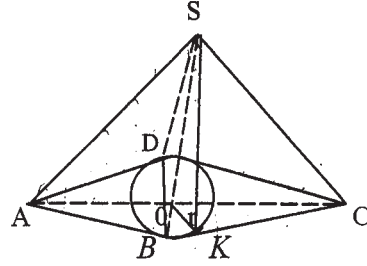
65. Halli:

Verilir:

$$\angle BAD = 30^\circ,$$

$$\angle OKS = 60^\circ,$$

$$OK = r$$



Şəkil 63.

Təpəmalı: $S_{\text{tam}} = ?$

$$\angle OCK = 15^\circ; \angle COK = 75^\circ;$$

$\triangle COK$ -dən;

$$\operatorname{tg} 75^\circ = \frac{CK}{OK} \Leftrightarrow CK = r \cdot \operatorname{tg} 75^\circ$$

$\triangle DOK$ -dən

$$\operatorname{tg} 15^\circ = \frac{DK}{OK} \Leftrightarrow DK = r \cdot \operatorname{tg} 15^\circ$$

$$DC = CK + DK = r(\operatorname{tg} 75^\circ + \operatorname{tg} 15^\circ) = 4r; \quad DC = 4r$$

$$S_{\text{ot}} = BC \cdot CD \cdot \sin 30^\circ = \frac{16r^2}{2} = 8r^2$$

$\triangle OKS$ -dən;

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{SO}{OK};$$

$$SO = OK \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = r\sqrt{3}$$

$$\angle OSK = 30^\circ \Leftrightarrow SK = 2OK = 2r$$

$$S_{\triangle SDC} = \frac{1}{2} \cdot DC \cdot SK = \frac{1}{2} \cdot 4r \cdot 2r = 4r^2$$

$$S_{\text{tam}} = S_{\text{yan}} + S_{\text{ot}} = 4 \cdot 4r^2 + 8r^2 = 24r^2$$

$$S_{\text{tam}} = 24r^2$$

Cavab: $24r^2$

66. Həlli:

Verilir:

$$AB=BC=AC=a,$$

$$\angle ODS=45^0 \Leftrightarrow \angle DSO=45^0$$

Tapmalı:

$$S_{\text{tam}}=?$$

 ΔABD -dən;

$$AD^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$$AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$SO = OD = \frac{1}{3} AD = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

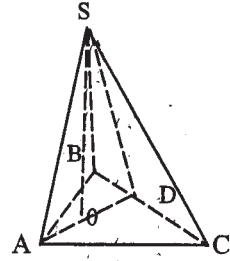
$$S_{ot} = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$SD^2 = 2 \cdot OD^2 = \frac{a^2}{6} \Leftrightarrow SD = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

$$S_{\Delta BSC} = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{a^2}{2\sqrt{6}};$$

$$S_{\text{tam}} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 + 3 \cdot \frac{a^2}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot (1 + \sqrt{2})$$

$$\text{Cavab: } \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot (1 + \sqrt{2}).$$



Şəkil 64.

67. Həlli:

Verilir:

$$AS = \sqrt{70} \text{ sm},$$

$$BS = \sqrt{99} \text{ sm},$$

$$CS = \sqrt{126} \text{ sm},$$

Tapmalı: $S_{\text{ot}} = ?$

$$AS \perp BS \perp CS$$

$\triangle ABS$ -dən;

$$AB^2 = AS^2 + BS^2 = 70 + 99 = 169$$

$$AB = 13 \text{ sm}$$

$\triangle BSC$ -dən;

$$BC^2 = BS^2 + CS^2 = 225:$$

$$BC = 15 \text{ sm}$$

$\triangle ASC$ -dən

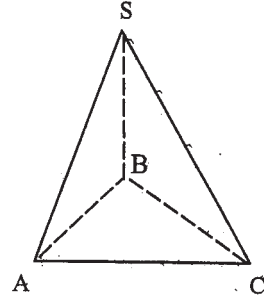
$$AC^2 = AS^2 + SC^2 = 70 + 126 = 196$$

$$AC = 14 \text{ sm}$$

$$P = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21 \text{ sm}$$

$$S_{\text{ot}} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 84 \text{ sm}^2$$

Cavab: 84 sm^2 .



Şəkil 65.

68. Həlli:

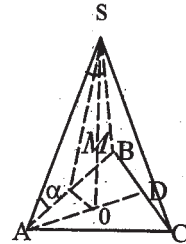
Verilir:

$$\angle BAS = \alpha$$

$$AB = BC = AC$$

Tapmalı: $\angle ASO = ?$

$$\cos \alpha = \frac{AM}{AS} \Leftrightarrow AS = \frac{AM}{\cos \alpha} = \frac{AB}{2 \cos \alpha};$$



Şəkil 66.

$$AD^2 = AB^2 - \frac{1}{4}AB^2 = \frac{3}{4}AB^2 \Leftrightarrow AD = \frac{\sqrt{3}}{2}AB.$$

$$AO = \frac{2}{3}AD = \frac{\sqrt{3}}{3}AB$$

$$\sin \varphi = \frac{AO}{AS} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}AB}{\frac{2\sqrt{3}AB \cdot \cos \alpha}{3AB}} = \frac{2\sqrt{3}AB \cdot \cos \alpha}{3AB} = \frac{2 \cos \alpha}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \varphi = \arcsin \frac{2 \cos \alpha}{\sqrt{3}}$$

$$0 < \frac{2 \cos \alpha}{\sqrt{3}} < 1 \Leftrightarrow 0 < 2 \cos \alpha < \sqrt{3} \Leftrightarrow 0 < \cos \alpha < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

69. Halli:

Verilir:

$$\angle ASO = \alpha$$

$$\angle AOB = \beta$$

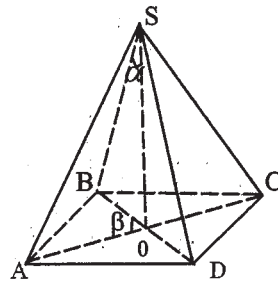
$$SO = h$$

$$S_{ot} = ?$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AO}{h} \Leftrightarrow AO = h \cdot \operatorname{tg} \alpha;$$

$$AC = BD = 2h \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$S_{ot} = \frac{AC \cdot BD}{2} \cdot \sin \beta = \frac{4h^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha}{2} \cdot \sin \beta = 2h^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \sin \beta$$



Şəkil 67.

Cavab: $2h^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \sin \beta$.

70. Həlli:

Verilir:

$$AC^2 = 2a^2,$$

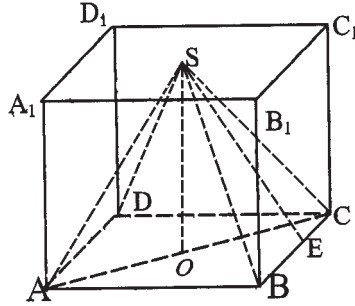
$$AC = a\sqrt{2},$$

$$OC = \frac{a\sqrt{2}}{2},$$

Tapmalı: $S_{\text{tam}} = ?$

$$AA_1 = h = a = SO$$

$\triangle COS$ -dən;



Şəkil 68.

$$SC^2 = SO^2 + OC^2 = a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2},$$

$$SC = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot a$$

$\triangle SEC$ -dən;

$$SE^2 = SC^2 - EC^2 = \frac{3a^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4} \Leftrightarrow SE = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot a$$

$$S_{\text{tam}} = S_{\text{yan}} + S_{\text{ot.}} = 4 \cdot \frac{1}{2} DC \cdot SE + a^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} a + a^2$$

$$S_{\text{tam}} = \sqrt{5}a^2 + a^2 = a^2(\sqrt{5} + 1) \Leftrightarrow S_{\text{tam}} = a^2(\sqrt{5} + 1)$$

Cavab: $a^2(\sqrt{5} + 1)$.

71. Həlli:

$$AB=AA_1=BC=a,$$

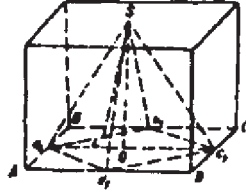
$$SO=a$$

Tapmalı: $S_{\text{tam}}=?$

ΔA_1BB_1 -dən

$$(A_1B_1)^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A_1B_1 = \frac{a}{\sqrt{2}}$$



Şəkil 69.

$$(A_1C_1)^2 = (A_1B_1)^2 + (B_1C_1)^2 = 2(A_1B_1)^2 = \frac{2a^2}{2} = a^2 \Leftrightarrow A_1C_1 = a$$

$$(A_1S)^2 = (SO)^2 + (A_1O)^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4} \Leftrightarrow A_1S = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$(SL)^2 = (A_1S)^2 - (A_1L)^2 = \frac{5a^2}{4} - \frac{a^2}{8} = \frac{9a^2}{8} \Leftrightarrow SL = \frac{3a}{2\sqrt{2}}$$

$$S_{\text{tam}} = S_{\text{ot}} + S_{\text{yan}} = (A_1B_1)^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot SL \cdot (A_1B_1)$$

$$S_{\text{tam}} = \frac{a^2}{2} + 2 \cdot \frac{3a}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^2}{2} + \frac{3a^2}{2} = 2a^2;$$

$$S_{\text{tam}} = 2a^2$$

Cavab: $2a^2$.

MÜNDƏRİCAT

Müqəddimə	3
Məsələlər	4
I. Prizma	4
II. Piramida	8
Məsələlərin həlli	13

Rövşən Vəliyev, Azad Novruzov

Həndəsə məsələləri.
(Çoxüzlülərin səthlərinin hesablanmasına aid
məsələ həlli nümunələri).

(Metodik vəsait)

Yığılmağa verilmiş 02.03.2011.

Çapa imzalanmış 27.03.2011.

Formatı 60X90 1/16 “Tayms” qarnituru.

Ofset çap üsulu. Ofset kağızı. Həcmi 4,5 ç.v.

Sifariş № 513. Tiraj 100 nüsxə.

“Əcəmi” Nəşriyyat-Poliqrafiya Birliyi.

Naxçıvan şəhəri, Təbriz küçəsi, 1.