

OLASILIK HESAPLARI

OLASILIK:

TANIM:Olasılık olayların olabilirliğinin sayılarla ifadesidir. Olasılığın günlük hayatımızda bir çok uygulama alanı vardır. Örn:sayısal lotoda 6 tutturma ,spor totoda 13 tutturma ,yazı-tura gelme şansıvs.

DENEY VE ÇIKTI:

Madeni bir para havaya atılır, ve yere düşerse paranın tura yüzü veya yazı yüzü üste gelir. Burada paranın havaya atılması bir deneydir. Deneyin sonucu (tura veya yazı gelmesi)**belli değildir.**

ÖRNEKLEM UZAY:

Bir deneyin tüm çıktılarının kümesine o deneyin **örneklem uzayı** denir. Örneklem uzayın her bir elemanına örneklem nokta denir. Örneklem uzay E ile gösterilir. Az önceki yazı-tura deneyine göre örneklem uzay : $E = \{Y, T\}$ Örneklem noktalar : $\{Y\}, \{T\}$ 'dir. Eleman sayısı: $s(E) = 2$ 'dir.

ÖRNEK 1:

Bir madeni paranın art arda 2 kez havaya atılması deneyinde ; Örneklem noktalar: $\{(Y, Y)\}, \{(Y, T)\}, \{(T, T)\}, \{(T, Y)\}$ olur. İki atış sonucunda örneklem uzay: $E = \{(Y, Y), (T, Y), (Y, T), (T, T)\}$ olur. Art arda atılan yapılan para atma deneylerinde; Bir kez atıldığında elde edilen çıktıların sayısı: $2^1 = 2$ 2 kez atıldığında elde edilen çıktıların sayısı : $2^2 = 4$ 3 kez atıldığında elde edilen çıktıların sayısı : $2^3 = 8$ n kez atıldığında elde edilen çıktıların sayısı : 2^n olur.

ÖRNEK 2:

Bir zarın masaya atılması deneyinde örneklem noktaları ve örneklem uzayı bulalım.

Çözüm:zar bir kez masaya atıldığında üste gelebilecek yüzler : 1,2,3,4,5,6 numaralı yüzlerdir.

OLAY, İMKANSIZ OLAY, KESİN OLAY

TANIM:Bir deneyin örneklem uzayının herhangi bir alt kümesine **olay**, örneklem uzayına **kesin olay** ve örneklem uzayın $\emptyset$ 'sine de **imkansız olay** denir.

Örnek1:Bir zarın masaya atılması deneyinde üste gelen sayının ;

- a)Tek sayı gelme olayı
- b)En çok 4 gelme olayını
- c)7 gelme olayını
- d) Kesin olayını yazalım.

Çözüm:bir zarın atılması deneyinde örneklem uzay:

$E = \{1,2,3,4,5,6\}$ 'dır.

- a) Tek sayı gelme olayına A diyelim. E kümesinin elemanları arasından 4 ve 4 ten küçük sayıları alırsak , A olayı $A = \{1,3,5\}$ olur.
- b)En çok 4 gelme olayına B diyelim. E kümesinin elemanları arasından 4 ve 4 ten küçük sayıları alırsak, B olayı $B = \{1,2,3,4\}$ olur.
- c)7 gelme olasılığı C olsun. E kümesinin elemanları arasında 7 olmadığından $C = \emptyset$ 'dir.
- d)Kesin olay E örneklem olayının kendisidir. $E = \{1,2,3,4,5,6\}$ olur.

AYRIK OLAY

TANIM: bir örneklem uzayının , ayrı iki olayının kesişimi boş küme ise bu iki olaya ayrik olaylar denir. A ile B ayrik olaylar ise $A \cap B = \emptyset$ 'dir.

ÖRNEK 1:

Bir torbada 1 den 100 e kadar numaralanmış, aynı büyüklükte 10 bilye vardır. Torbadan bir bilye çekersek ;
a) Tek numaralı bilye gelme olayını ,
b) çift numaralı bilye gelme olayını yazalım.

ÇÖZÜM:

Torbadan bilye çekme deneyinde örneklem uzay $E = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ 'dur.

a) Tek numaralı bilye gelme olayı A ise , $A = \{1,3,5,7,9\}$ 'dur.

b) Çift numaralı bilye gelme olayı B ise , $B = \{2,4,6,8,10\}$ 'dur.

A ve B kümelerinin elemanları ortak olmadığından $A \cap B = \emptyset$ 'dir.

Bu durumda A ile B olayları ayrik olaylardır.

OLASILIK FONKSİYONU

TANIM: Bir E örneklem uzayının , tüm alt kümelerinin kümesi S olsun. $S \rightarrow [0,1]$ (S den $[0,1]$ kapalı aralığına) tanımlı ve aşağıdaki aksiyomları sağlayan P fonksiyonuna , olasılık fonksiyonu ; $P(A)$ değerinde A olayının olasılığı denir.

1.aks. : $A \subset S$ için $0 \leq P(A) \leq 1$

2.aks. : $P(E) = 1$

3.aks. : $A \subset S$, $B \subset S$, $A \cap B = \emptyset$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 'dir.

Tanımdaki 1 aksiyoma göre bir olayın olma olasılığı hiçbir zaman sıfırdan küçük ve birden büyük olamaz. Bu durumdan , problemlerin sonuçlarını kontrol etmekte yararlanılabilir.

ÖRNEK 1:

$E = \{a,b\}$ örneklem uzayında $S = \{ \emptyset , \{a\}, \{b\}, \{a,b\} \}$ dir. $S \rightarrow [0,1]$ tanımlı , $P(\emptyset)$

$= 0$ $P(\{a\}) = \frac{1}{2}$ $P(B) = \frac{1}{2}$ $P(\{a,b\}) = 1$ ise , P fonksiyonu bir olasılık fonksiyonudur?

ÇÖZÜM: Eğer P fonksiyonu tanımdaki aksiyomları sağlarsa b,r olasılık fonksiyonudur.

$$1) P(\emptyset) = 0 \quad P(\{a\}) = \frac{1}{2} \quad P(B) = \frac{1}{2}$$

$P(\{a,b\}) = 1$ değerleri sıfırdan küçük ve birden büyük olmadıkları için 1.aksiyom sağlanır.

2) $P(\{a,b\}) = 1 = P(E)$ olduğundan 2. aksiyom da sağlanır.

3) $\{a\} \cap \{b\} = \emptyset$ dir.

$$P(\{a\}) \cup P(\{a\}) = P(\{a\}) + P(\{b\})$$

$$P(\{a,b\}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \text{ olur. Buradan } 1 =$$

1 olduğundan 3. Aksiyomda sağlanır.

Bundan dolayı P fonksiyonu bir olasılık fonksiyonudur.

Bundan sonraki işlemlerde kolaylık olması bakımından , $P(\{a\})$ sembolü yerine $P(a)$ yazacağız.

EŞ OLURLU (EŞ OLASILI) ÖRNEKLEM UZAY

TANIM: Örneklem uzayı $E = \{a_1 a_2 a_3 a_4 \dots a_n\}$ olan bir P fonksiyonu için , $P(a_1) = P(a_2) = P(a_n)$ ise E 'ye eş olumlu örneklem uzay denir.

Örnek:

$E = \{x,y,z,t\}$ eş olumlu bir örneklem uzay

ve $P(x) = \frac{1}{4}$ ise $P(y) + P(t) + P(z) = ?$

Çözüm: E , eş olumlu örneklem uzay ise

$$P(y) = P(t) = P(z) = P(x) = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

$$\text{Öyle ise } P(y) + P(t) + P(z) = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

TEOREM: $E = \{a_1 a_2 a_3 a_4 \dots a_n\}$ eş olası örneklem uzay E ise , E 'de bir A olayının olasılığı : $P(A) = \frac{n(A)}{n(E)}$ olur.

Örnek 1: Bir çift zar atıldığında üste gelen sayıların çift olma olasılığı nedir?

Çözüm: Bu deneyde $n(E) = 36$ 'dır.

Üst üste gelen sayıların aynı olma olayına ise A diyelim.

$A = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$ olur.

$n(A) = 6$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{1}{6}$ olur.

ÖRNEK 2:

Bir torbada 5 sarı , 4 kırmızı bilye vardır.

a) Bu torbadan alınan bir bilyenin sarı olma olasılığı nedir?

b) Bu torbadan alınan 5 bilyeden 3'ünün sarı 2'sinin kırmızı olma olasılığı nedir?

ÇÖZÜM:

a) torbada $5+4 = 9$ bilye bulunduğundan, örneklem uzayın eleman sayısı 9 olur. Sarı bilyenin çekilmesi olayı A olsun. Torbada 5 sarı bilye bulunduğundan $n(A) = 5$ tir.

$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{5}{9}$ olur.

b) 5 bilyenin çekilmesi deneyinde örneklem uzay sayısı , 9 bilyeden 5 bilyenin çekilmesi sayısı olur.

$$s(E) = \binom{9}{5} \quad s(A) = \binom{5}{3} \cdot \binom{4}{2}$$

$$\frac{s(E)}{s(A)} = \frac{\binom{5}{3} \binom{4}{2}}{\binom{9}{5}} = \frac{10 \cdot 6}{14 \cdot 9} = \frac{10}{21} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 3:

Bir torbada 6 mavi, 4 kırmızı, 5 beyaz top vardır. Bu torbalardan rasgele çekilen bir topun mavi olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Top sayısı = $6+4+5 = 15$

Çekilen top sayısı = 1

$$s(E) = \binom{15}{1} = 15$$

Olay: 6 maviden 1 mavi

$$s(A) = \binom{6}{1} = 6$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 4

Bir torbada 4 mavi , 3 bordo top vardır. Bu torbadan rast gele çekilen 2 toptan birinin mavi olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Top sayısı = $4+3 = 7$

Çekilen top sayısı = 2

$$s(E) = \binom{7}{2} = 21$$

Olay : 4 maviden 1 mavi

3 bordodan 1 bordo

$$s(A) = \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} = 4 \cdot 3 = 12$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 5

Bir torbada 5 mavi ,3 kırmızı top vardır.

Bu torbadan rast gele 3 top çekiliyor.

Çekilen bu topun 2sinin mavi, birinin kırmızı olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Top sayısı = $5+3 = 8$

Çekilen top sayısı = 3

$$s(E) = \binom{8}{3} = 56$$

Olay : 5 maviden 2 mavi

3 kırmızıdan 1 kırmızı

$$s(A) = \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1} = 10 \cdot 3 = 30$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28} \text{ bulunur}$$

ÖRNEK 6:

Bir torbada 3 beyaz , 2 siyah, 4 kırmızı bilye vardır. Torbadan rast gele 3 bilye çekiliyor. Çıkan bilyelerin farklı renklerde olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Bilye sayısı = 3+2+ 4 = 9

Çekilen bilye sayısı = 3

$$s(E) = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix} = 84$$

Olay : 3 beyazdan 1 beyaz
2 siyahtan 1 siyah
4 kırmızıdan 1 kırmızı

$$s(A) = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} = 3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{24}{84} = \frac{2}{7} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK:7

Bir torbada 3 beyaz , 4 siyah bilye vardır. Torbadan rast gele 2 bilye çekiliyor. Çekilen bilyelerin aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Bilye sayısı = 3+4 = 7

Çekilen bilye sayısı = 2

$$s(E) = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix} = 21$$

Olay : 3 beyazdan 2si beyaz veya
4 siyahtan 2si siyah olabilir.

$$s(A) = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = 3+6 = 9$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK:8

Bir oyun bahçesinde 4 kız, 5 erkek çocuk vardır. Rasgele seçilen iki çocuğun birinin kız, diğerinin erkek olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Çocuk sayısı = 3+4 = 7

seçilen çocuk sayısı = 2

$$s(E) = \begin{bmatrix} 9 \\ 2 \end{bmatrix} = 36$$

Olay : 3 kızdan 1 kız
5 erkekten 1 erkek

$$s(A) = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} = 4 \cdot 5 = 20$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK :9

Rasgele yazılan iki basamaklı bir doğal sayının 11 ile bölünebilme olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

İki basamaklı sayı AB olsun;

$$10 \leq AB \leq 99$$

AB sayılarının sayısı = 99 – 10 + 1 = 90

$$s(E) = 90$$

Olay : 2 basamaklı sayıların 11'in katı olması

$$AB = 11k$$

$$11 \text{ katı olan AB sayılarının sayısı} = \frac{9}{11} = 9$$

$$s(A) = 9$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK:10

5 kız , 7 erkekten oluşan bir öğrenci topluluğundan rast gele 3 öğrenci seçilmektedir. Seçilen öğrencilerin en az ikisinin kız olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Öğrenci sayısı = 5+7 = 12

Seçilen öğrenci sayısı = 3

$$s(E) = \begin{bmatrix} 12 \\ 3 \end{bmatrix} = 220$$

Olay : 5 kızdan en az 2 sinin kız olması

1.durum: 2 si kız 1 i erkek olabilir.

2. durum: 3 ü de kız olabilir.

$$s(A) = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} = 10 \cdot 7 + 10 = 80$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{80}{220} = \frac{8}{22} = \frac{4}{11} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK:11

Bir torbada 3 sarı , 4 kırmızı, 5 mavi bilye vardır. Yerine konmamak üzere art arda 3 bilye çekiliyor. Çekilen bilyelerin birincisinin sarı, ikincisinin kırmızı ve üçüncüsünün mavi olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Bilye sayısı = 3+4+ 5 = 12

1.nin sarı olasılığı = $\frac{3}{12}$ (1 tane çekildi

bilye sayısı 11 kaldı.)

2. nin kırmızı olasılığı $\frac{4}{11}$ (1 tane çekildi

bilye sayısı 10 kaldı.)

3.nün mavi olasılığı $\frac{5}{10}$

$$P(A) = \frac{3}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{5}{10} = \frac{1}{22} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK:12

Bir torbada 3 mavi , 4 beyaz, 5 sarı bilye vardır. Torbalardan rasgele 3 bilye çekiliyor. Çekilen üç bilyenin de aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Bilye sayısı = 3+4+ 5 = 12

Çekilen bilye sayısı = 3

Olay: 3 ünün de aynı renkte olması.

$$3 \text{ ünün de mavi olması} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} = 1$$

$$3 \text{ ünün de beyaz olması} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} = 4$$

$$3 \text{ ünün de sarı olması} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} = 10$$

$$S(A) = 1+4+10=15$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{15}{220} = \frac{3}{44} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK:13

20 kişilik bir sınıfta 8 kız öğrenci vardır. Erkeklerin 5i, kızların 3ü gözlüklüdür. Sınıftan seçilen bir öğrencinin gözlüksüz kız veya erkek öğrenci olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

	GÖZLÜKLÜ	GÖZLÜKSÜZ
ERKEK	5	7
KIZ	3	5

$$Kızlar = 8 \Rightarrow \text{Erkekler} = 20 - 8 = 12$$

$$Kızların 3 ü gözlüklü \Rightarrow 5 i gözlüksüz$$

$$\text{Erkeklerin 5 i gözlüklü} \Rightarrow 7 si gözlüksüz$$

$$A: \text{Gözlüksüz olması } s(A) = 12$$

$$B: \text{Erkek olması } s(B) = 12$$

$$A \cup B: \text{Erkek gözlüksüz} \Rightarrow S(A \cap B) = 7$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$$

$$\frac{12}{20} + \frac{12}{20} - \frac{7}{20} = \frac{17}{20} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK:14

30 kişilik bir sınıftaki öğrencilerin 14 ü kızdır. Bu sınıftaki kızların 8 i, erkeklerin ise 10 u gözlüklüdür. Sınıftan rasgele seçilen bir öğrencinin kız veya gözlüklü olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

	GÖZLÜKLÜ	GÖZLÜKSÜZ
ERKEK	10	6
KIZ	8	6

$$A: \text{Kız olması } s(A) = 14$$

$$B: \text{Gözlüklü olması } s(B) = 8$$

$A \cap B$: kız gözlüklü $\Rightarrow S(A \cap B) = 18$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = \frac{14}{30} + \frac{18}{30} - \frac{8}{30} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

bulunur.

ÖRNEK :15

Bir torbada aynı büyüklükte 4 kırmızı, 5 beyaz, 7 yeşil kalem vardır. Rasgele alınan bir kalemin kırmızı ya da beyaz olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Kırmızı ya da beyaz olma olayı yeşil olmama olayıdır.

A: yeşil olma

$\bar{A}$: yeşil olmama

Kalem sayısı = $4+5+7 = 16$

Çekilen kalem sayısı = 1

$$S(E) = \begin{bmatrix} 16 \\ 1 \end{bmatrix} = 16$$

$$A \text{ Olayı yeşil } S(A) = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix} = 7$$

$$P(A) = \frac{7}{16} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK :16

A	B
3 beyaz 4 siyah	2 beyaz 3 siyah

Şekildeki A ve B torbalarında beyaz ve siyah bilyeler bulunmaktadır. A dan bir bilye alınıp rengin bakılmadan B ye atılıyor.

Sonra B den bir bilye çekiliyor, çekilen bu bilyenin siyah olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

(1.Durum)

1.torbadan siyah çekilip ikinci torbaya konması ve ikinci torbadan bir siyahın çekilmesi olasılığı

$$P'(A) = \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{16}{42}$$

(2.Durum)

1.torbadan beyaz çekilip ikinci torbaya konması ve ikinci torbadan bir siyahın çekilmesi olasılığı

$$P(B) = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{9}{42} \quad A \text{ ve } B \text{ ayrık olaylar olduğundan}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{16}{42} + \frac{9}{42} = \frac{25}{42}$$

bulunur.

ÖRNEK 17

İçinde top bulunan iki kutudan birincisinde 4 beyaz, 6 siyah ve ikincisinde 2 beyaz, 5 siyah top vardır. Birinci torbadan bir top çekilip rengine bakılmadan ikinci torbaya atılıyor. Bundan sonra ikinci torbadan rasgele bir top çekildiğinde bunun beyaz olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

1.DURUM:

1.torbadan beyaz çekilip ikinci torbaya konması ve ikinci torbadan bir beyazın çekilmesi

$$\text{olasılığı} = P(A) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{8} = \frac{12}{80} \text{ olur.}$$

2.DURUM:

1.torbadan siyah çekilip ikinci torbaya konması ve ikinci torbadan bir beyazın çekilmesi olasılığı;

$$P(B) = \frac{6}{10} \cdot \frac{2}{8} = \frac{12}{80} \text{ olur.}$$

A ve B ayrık olayları için istenen olasılık,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{8} + \frac{6}{10} \cdot \frac{2}{8} = \frac{12}{80} + \frac{12}{80} = \frac{3}{10}$$

bulunur.

ÖRNEK 18

2 madeni para birlikte atılıyor. İkisinin de tura gelme olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Birinci paranın yazı gelmesi olasılığı $\frac{1}{2}$ 'dir. Diğer paranın da yazı gelme olasılığı $\frac{1}{2}$ olduğuna göre ;

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ olur}$$

ÖRNEK 19

3 madeni para birlikte atılıyor. En az ikisinin yazı gelme olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

3 madeni para için $s(E)=2^3=8$

A olayı en az iki yazı gelme

1. 2 yazı olabilir
2. 3 yazı olabilir.

$$s(A) = \binom{3}{2} + \binom{3}{3} = 3 + 1 = 4$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 20.

Düzgün bir para 7 kez havaya atılıyor. 3 kez tura, 4 kez yazı gelme olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

7 para için $s(E)=2^7=128$

A olayı 3T, 4Y ise

$s(A) = 35$

$$P(A) = \frac{35}{128} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 21

5 madeni para birlikte atılıyor. En az 3 tanesinin yazı gelme olasılığı yüzde kaçtır?

ÇÖZÜM:

5 para için $s(E)=2^5=32$ A olayı en az 3 yazı gelmesi

- 1) 3 yazı olabilir.
- 2) 4 yazı olabilir.
- 3) 5 yazı olabilir.

$$s(A) = \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 10 + 5 + 1 = 16$$

$$P(A) = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} \text{ ise \%50'dir.}$$

ÖRNEK 22.

Bir çift zar havaya atılıyor. Gelen sayıların toplamının 9 olduğu bilindiğine göre ikinci zarın 5 gelme olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Gelen sayıların 9 olması olayı A olsun.

$$A = \{(3,6), (4,5), (5,4), (6,3)\}$$

İkinci zarın 5 gelmesi olayı B ise

$$A \cap B = \{(4,5)\} \text{ olur. O halde}$$

$$P(B|A) = \frac{s(A \cap B)}{s(A)} = \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 23:

A kutusunda 3 kırmızı, 2 mavi

B kutusunda 2 kırmızı, 1 mavi

C kutusunda 1 kırmızı, 3 mavi bilye vardır.

Rasgele seçilen bir kutudan, rasgele çekilen bir bilyenin kırmızı olduğu bilindiğine göre A kutusundan çekilmiş olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

i) A kutusundan seçilmesi ve çekilen bir bilyenin kırmızı olması olasılığı;

$$P(A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$$

ii) B kutusunun seçilmesi ve çekilen bir bilyenin kırmızı olması olasılığı;

$$P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

iii)C kutusunun seçilmesi ve çekilen bir bilyenin kırmızı olma olasılığı;

$$P(C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

bu durumda, rasgele seçilen bir kutudan, rasgele çekilen bir bilyenin kırmızı olma olasılığı;

$P(K)=P(A)+P(B)+P(C)$ ve çekilen kırmızı bilyenin A kutusundan çekilmiş olma olasılığı

$$\frac{P(A \cap K)}{P(K)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{1}{5} + \frac{2}{9} + \frac{1}{12}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{36+40+15}{180}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{180}{91} = \frac{36}{91}$$

(36) (20) (15)

bulunur.

ÖRNEK 24.

Bir çift zar atıldığında yere düşen zarların üzerindeki rakamların toplamının 7 olduğu görülüyor. Zarlardan birinin üzerindeki rakamın 5 olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Gelen sayıların toplamının 7 olması olayı **A** olsun

$A=\{(1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1)\}$
Zarlardan birinin üzerindeki rakamın 5 olması olayı **B** olsun

$$A \cap B = \{(2,5),(5,2)\}$$

$$P(B|A) = \frac{s(A \cap B)}{s(A)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 25.

3 madeni para ile bir zar birlikte atılıyor. Paralardan en az bir tura, zarda 5 ten küçük bir sayı gelme olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

3 madeni para için:

$$s(E)=2^3=8 \text{ A olayı en az bir tura ise}$$

$$s(A)=7$$

$$P(A) = \frac{7}{8} \quad \text{Zar için}$$

$$s(E)=6$$

B olayı 5 ten küçük sayı gelme

$$B=\{1,2,3,4\}$$

$$s(B)=4$$

$$P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{7}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{7}{12} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 26.

Bir para ile bir zar birlikte atılıyor. Paranın tura veya zarda tek sayı gelme olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

$$\text{Para için } s(E)=2^1=2$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \quad \text{zar için}$$

$$s(E)=6$$

B olayı tek sayı gelmesi

$$B=\{1,3,5\}$$

$$s(B)=3$$

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Paranın tura veya zarda tek sayı gelme olasılığı:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \frac{P(A \cap B)}{\text{Bağımsız olay}}$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK27:

Bir kentteki A noktasından B noktasına gidecek olan bir taksi üç trafik lambasından geçmek zorundadır. Bu trafik lambalarının kırmızıda yanma olasılıkları sırasıyla $\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ tür. Trafik lambalarının yanmaları birbirinden bağımsız olduğuna göre bu taksinin hiç kırmızıya yakalanmadan B noktasına varma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Lambaların kırmızı ışıktan yanmama olasılıkları

$$P(\bar{A}_1) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad P(\bar{A}_2) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Bağımsız olaylar olduğundan

$$P(\bar{A}_3) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

ÖRNEK 28.

Mert'in bir hedefi vurma olasılığı $\frac{2}{3}$, Oğuzhan'ın aynı hedefi vurma olasılığı $\frac{1}{4}$ tür. İkisi birer atış yapıyorlar. En az birinin hedefi vurma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Mert'in hedefi vurma olasılığı $\frac{2}{3}$ ise

$$P(M) = \frac{2}{3} \text{ ve } P(\bar{M}) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

Oğuzhan'ın hedefi vurma olasılığı $\frac{1}{4}$ ise,

$$P(O) = \frac{1}{4} \text{ ve } P(\bar{O}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

$\bar{M}$ ve $\bar{O}$ hedefi vuramaması olayıdır.)

$$P(\bar{M} \cap \bar{O}) = P(\bar{M}) \cdot P(\bar{O}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \text{ olur.}$$

Buradan en az birinin hedefi vurması olasılığı;

$$1 - P(\bar{M} \cap \bar{O}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK 29.

Bir torbadaki mavi bilye sayısı, kırmızı bilye sayısından iki eksiktir. Rasgele alınan 2 bilyeden ikisinin de kırmızı olma

olasılığı $\frac{5}{14}$ ise torbadaki bilye sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Maviler = x

Kırmızı = x+2

$$s(E) = \binom{2x+2}{2} =$$

$$\frac{(2x+2)!}{(2x)!2!} = \frac{(2x+2)(2x+1)}{2}$$

$$s(A) = \binom{x+2}{2} = \frac{(x+2)!}{x!2!} = \frac{(x+2)(x+1)}{2}$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{(x+2)(x+1)}{(2x+2)(2x+1)} = \frac{(x+2)(x+1)}{2(x+1)(2x+1)} \cdot \frac{5}{14}$$

$$14(x+2) = 10(2x+1) \quad 14x+28 = 20x+10$$

$$18 = 6x \quad x = 3$$

bilye sayısı = $2x+2 = 8$ bulunur.

ÖRNEK 30.

Bir zar 3 kez atılıyor. İkisinin 5 gelme olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Zar atmada 5 gelme olasılığı $p = \frac{1}{6}$

5 gelmeme olasılığı $p' = \frac{5}{6}$ dır.

2 tanesi 5 ise n=3, r=2

$$\binom{n}{r} (p)^r (\bar{p})^{n-r} = \binom{3}{2} \cdot \frac{1^2}{6} \cdot \frac{5^1}{6} = 3 \cdot \frac{1}{36} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{72}$$

bulunur.

ÖRNEK 31.

Mert ile Oğuzhan tavla oynuyorlar.

Mert'in kazanma olasılığı $\frac{3}{5}$ dir. Berabere

kalmanın olmadığı bu tavla oyununu 3 kez oynuyorlar. Mert'in 2 kez kazanma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Mert'in Kazanma Olasılığı = $p = \frac{3}{5}$

Mert'in kazanmama olasılığı = $\bar{p} = \frac{2}{5}$

$n = 3, r = 2$

olasılık = $\binom{3}{2} \cdot \frac{3^2}{5} \cdot \frac{2^1}{5} = 3 \cdot \frac{9}{25} \cdot \frac{2}{5} = \frac{54}{125}$.

bulunur.

ÖRNEK:32

Bir avcının hedefi vurma olasılığı $\frac{3}{5}$ dir.

Bu avcı hedefe 5 atış yapsa, 4 defasında hedefi vurma olasılığı kaçtır.

ÇÖZÜM.

Vurma olasılığı = $p = \frac{3}{5}$ Vurmama

olasılığı $p' = \frac{2}{5}$

$n=5, r=4$

$\binom{5}{4} \cdot \frac{3^4}{5^4} \cdot \frac{2}{5} = 5 \cdot \frac{81}{625} \cdot \frac{2}{5} = \frac{162}{625}$ bulunur.

ÖRNEK33

A ve B olaylarının aynı evrensel kümede iki olaydır.

$P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{5}{8}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$

olduğuna göre aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

A) $P(A \cup B)$ B) $P(\bar{A})$ C) $P(\bar{B})$ D) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$ E) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$

ÇÖZÜM:

A) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$B) \frac{1}{3} + \frac{5}{8} - \frac{1}{8} = \frac{8+15-3}{24} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

$$C) P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

$$D) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$E) P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK SORULAR

SORU 1:

12 Kutu Konserveinin 5'i bozulmuştur. Konserve kutularından 3 tanesi rasgele alınıyor. Bunlardan birinin bozuk, ikisinin sağlam konserve olma olasılığı kaçtır.

CEVAP:

12 Konserveinin 5'i bozuksa $\binom{5}{1}$ farklı

şekilde, geri kalan 7 sağlam konserve de

$\binom{7}{2}$ farklı şekilde seçilebilir

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{\binom{5}{1} \binom{7}{2}}{\binom{12}{3}} = \frac{5!765!}{12!11!10!9!} = \frac{21}{44}$$

bulunur.

SORU 2:

Bir sınıfta 13 erkek, 12 kız öğrenci vardır. Erkeklerden 4, kızlardan 6 kişi 60 kg. ağırlığındadır. Sınıftan rasgele seçilen bir öğrencinin erkek veya 60 kg. ağırlığında öğrenci olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM.

13 Erkek ten 4 tanesi 60 kg

12 Kızdan 6 tanesi 60 kg

$$s(A) = s(Er) + s(60) - s(Er \cap 60) = 19$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{19}{25}$$

SORU 3:

10 sorunun sorulduğu bir sınavda öğrencilerden 8 soruya cevap vermeleri isteniyor. Sınava giren Ali ile Seren' in aynı 8 soruya cevap vermiş olmaları olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

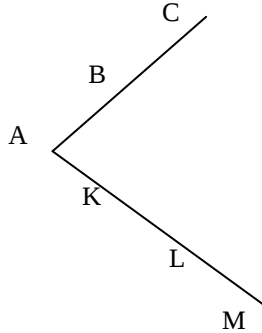
10 soru 8 tane seçilirse;

$$\binom{10}{8} = 45 \text{ tane farklı seçim yapılabilir. Ali}$$

de bunlardan bir tanesini seçeceğine göre:

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{1}{45}$$

SORU 4:



Köşeleri şekildeki 6 noktadan üçü olan üçgenlerden biri rasgele seçiliyor. Seçilen bu üçgenin, bir köşesi B olan bir üçgen olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Şekilde $\binom{6}{3} - \binom{3}{3} - \binom{4}{3}$ kadar üçgen

yazılabilir .

Bir köşesi B olan üçgen sayısı da

$$\binom{1}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{3}{1} + \binom{1}{1} \cdot \binom{3}{2}, \text{ ne eşittir.}$$

Buna göre ;

$$\frac{6+3}{15} = \frac{3}{5} \text{ olur.}$$

SORU 5:

Bir sınıfta 10 kız ve 18 erkek öğrenci vardır. Kızların 8'i, erkeklerin 15'i Matematikten başarılıdır. Sınıftan rasgele seçilen bir öğrencinin kız veya Matematikten başarısız bir öğrenci olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

10 Kızdan 8 kız başarısız,

18 Erkekten 15 erkek başarısız.

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{s(K) + s(B) - s(K \cap B)}{s(E)} = \frac{10 + 5 - 2}{28} = \frac{13}{28}$$

bulunur.

SORU 6:

Bir torbaya 4 sarı, 4 mavi, 4 kırmızı top konuyor. Bu torbadan rasgele 2 top çekiliyor. Bu toplardan birinin sarı, diğerinin mavi gelme olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

4 sarı, 4 mavi, 4 kırmızı top varsa sarı seçme $\binom{4}{1}$ mavi seçmede $\binom{4}{1}$ olur.

Toplam seçimde $\binom{16}{2}$ farklı biçimde olur.

Buna göre;

$$p(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{\binom{4}{1} + \binom{4}{1}}{\binom{16}{2}} = \frac{1}{15} \text{ bulunur}$$

SORU 7:

Bir torbada aynı büyüklükte 4 kırmızı, 5 beyaz bilye vardır. Torbadan rasgele iki bilye çekildiğinde ikisinin de kırmızı renkte olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM: 4 kırmızı 5 beyazdan 4 kırmızı $\binom{4}{2}$ şeklinde seçilir. 9 bilyeden de 2 bilye $\binom{9}{2}$ farklı biçimde seçilir.

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{6}{36} = \frac{1}{2}$$

SORU 8:

İçlerinde Mert'inde bulunduğu 9 kişilik bir gruptan rasgele 3 kişilik bir komisyon oluşturuluyor. Bu komisyonun içinde Mert'in bulunmadığı bir komisyon olması olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

$$\frac{P(A)}{P(e)} = \frac{\binom{8}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{42}{12.7} = \frac{1}{2}$$

SORU 9:

$A=\{a,b,c,d,e\}$ kümesinin alt kümelerinden rasgele bir küme alınıyor. Alınan bu kümelerin, en az üç elemanlı bir alt küme olması olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

$A=\{a,b,c,d,e\}$ ise ve buradan alınacak alt küme de en az 3 elemanlı olacağına göre 3, 4, 5 elemanlı olabilir.

$$s(A) = \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 16 \text{ bulunur.}$$

$$S(E) = \binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 32$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2} \text{ bulunur.}$$

SORU 10:

$\{3,4,5,6,7,8\}$ kümesinin farklı elemanlarını kullanarak rasgele üç basamaklı bir doğal sayı yazılıyor. Bu sayının, 5 ile tam bölünebilen bir sayı olması olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

$A=\{3,4,5,6,7,8\}$ elemanlarıyla yazılacak sayıların son basamağı 5 olmalıdır. Buna göre;

$$\begin{array}{ccc} \overline{5} & \overline{4} & \overline{1} = 20 \text{ (tane sonu5 ile biten sayı yazılır.)} \\ 6 & 5 & 4 = 120 \text{ (tane sayı yazılır)} \end{array}$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}, \text{ du}$$

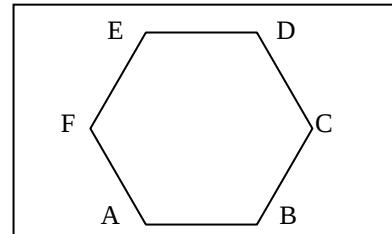
SORU11:

Bir kutuda 2 mavi, 3 beyaz, 3 sarı top vardır. Torbadan iki top birlikte çekildiğinde torbada kalan mavi, beyaz, sarı topların aynı sayıda olması olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Bir beyaz, bir siyah seçilmeli ki torbadaki diğer topların sayısı eşitlensin.

$$P(A) = \frac{\binom{3}{1}\binom{3}{1}}{\binom{8}{2}} = \frac{3.3}{4.7} = \frac{9}{28}, \text{ dir.}$$



SORU 12:

Üstteki 6 nokta, bir düzgün altıgenin köşeleridir. Bu altı noktadan herhangi ikisi rasgele birleştirildiğinde elde edilen doğru parçasının, altıgenin bir köşegeni olması olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

İki noktadan bir doğru geçtiğine göre çizilebilecek doğru sayısı $\binom{6}{2}$ 'dir.

Bu doğruada bulunan köşegen sayısı da $\binom{6}{2} - 6$ 'dır.

$$P(A) = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \text{ bulunur.}$$

SORU 13:

Bir torbada 4 mavi, 5 beyaz, 6 siyah top vardır. Rasgele alınan 2 toptan ikisinin de aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

4 mavi, 5 beyaz, 6 siyah toptan aynı renkli top seçilmesi $n(A) = \binom{4}{2} + \binom{5}{2} + \binom{6}{2} = 31$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{\binom{4}{2} + \binom{5}{2} + \binom{6}{2}}{\binom{15}{2}} = \frac{31}{15 \cdot 7} = \frac{31}{105}$$

SORU 14:

Bir sınıfta bulunan 25 erkek, 20 kız öğrenciden 18 erkek ve 12 kız öğrenci Türkçe dersinden başarılıdır. Seçilen bir öğrencinin erkek veya Türkçe dersinden başarılı olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

25 Erkekten 18 tane Er başarılı
20 Kızdan 12 kız başarılı

$$\frac{P(Er) + P(Baş.) - P(Er \cap Baş.)}{P(E)} = \frac{25 + 30 - 18}{45} = \frac{37}{45}$$

SORU 15:

Bir salonda 4 evli çift vardır. Bu kişilerden rasgele ikisi çağrıldığında, çağrılan bu iki kişinin evli çiftlerden biri olmama olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Bu salonda evli çift olma olasılığını bulup $s(E)$ den çıkarırsak evli çift olma olasılığını buluruz. 1 evli çifti 4 evli çift arasından

$\binom{4}{2}$ farklı şekilde seçeriz. Bir çiftte 2 kişi

olduğundan 2 kişiyi de 8 kişi arasından

$\binom{8}{2}$ farklı şekilde seçeriz.

$$P(A') = \frac{s(A')}{s(E)} = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$$

$$P(E) - P(A') = P(A)$$

$$1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7} \text{ bulunur.}$$

SORU 16:

A torbasında 3 beyaz, 4 kırmızı, B torbasında 5 beyaz, 2 kırmızı top vardır. Aynı anda her iki torbadan birer top alınıyor. A torbasından alınan B'ye, B torbasından alınan A'ya atılıyor. Bu işlemin sonucunda torbalardaki kırmızı ve beyaz top sayılarının başlangıçtakiyle aynı olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

A torbasında, 3 beyaz, 4 kırmızı
B torbasında, 5 beyaz, 2 kırmızı varsa;
Beyaz, beyaz ya da kırmızı, kırmızı çekilmelidir. Buna göre

$$\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{7} + \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{7} = \frac{23}{49}, \text{dur.}$$

SORU 17:

Bir torbada aynı büyüklükte 5 beyaz, 4 sarı bilye vardır. İki bilye rasgele çekildiğinde ikisinin aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

5 beyaz, 4 sarı vardır. Buna göre;

$$\frac{s(A)}{s(E)} = \frac{\binom{5}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{9}{2}} = \frac{4}{9} \text{ ,dur.}$$

SORU 18:

Bir torbada 6 siyah, 3 beyaz bilye vardır. Gelişigüzel 3 bilye çekiliyor. Üçünün de aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

6 siyah, 3 beyaz varsa ya 3 siyah ya da 3 beyaz seçilmelidir.

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{\binom{3}{3} + \binom{6}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{21}{28.3} = \frac{1}{4}$$

SORU 19:

5 kız, 7 erkekten oluşan bir grupta kızların 2'si, erkeklerin 3 ü gözlüklüdür. Bu gruptan rasgele seçilen bir kişinin gözlüklü veya erkek olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

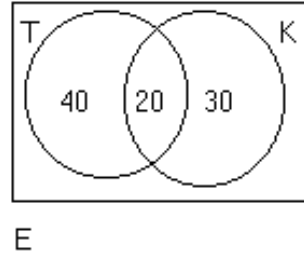
5 kız, 7 erkek vardır. 2 gözlüklü kız, 3 gözlüklü erkek varsa

$$s(A) = s(Göz.) + s(Er) - s(Göz \cap Er)$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{5+7-3}{12} = \frac{4}{3}$$

SORU 20:

Bir sınıftaki öğrencilerin % 60'ı Türkçe'den, % 50'si Kimyadan ve %20 si her iki dersten başarılıdır. Bu sınıftan rasgele seçilen iki öğrencinin Türkçe'den başarılı fakat Kimyadan başarısız iki öğrenci olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Sadece T 'den başarılı 60-20=40
Sadece K 'dan başarılı 50-20=30
Hem T ' den hem K' dan başarılı 20 öğrenci vardır.

$$P(T / K) = \frac{s(T / K)}{s(E)} = \frac{\binom{40}{2}}{\binom{100}{2}} = \frac{26}{165} \text{ bulunur}$$

SORU 21:

Bir zarın bir yüzü kırmızı, iki yüzü sarı, diğer yüzleri mavi renktedir. Bu zar iki kez atılıyor. İki atış sonunda zarın bir kez kırmızı, bir kez mavi yüzü üzerine düşmesi olasılığı kaçtır?

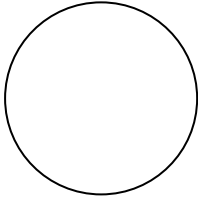
ÇÖZÜM:

$\frac{1}{6}$ ihtimal kırmızı, $\frac{3}{6}$ mavi, 2! Kadar da değişik biçimde sıralanır.

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot 2 = \frac{1}{6} \text{ ,dır.}$$

SORU 22:

A;B;C;D;E;F harfleri, bir çemberin farklı altı noktasına yazılıyor. Bu yazılım, A ve E yi bir arada bulundurmeyen bir yazılım olması olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Önce A ve E 'yi bir arada bulunduran yazılımları bulup bunu $s(E)$ 'den çıkarırsak $s(A)$ yı buluruz.

$$s(A')=4!.2!=48$$

$$s(E)=5!=120$$

$$P(A') = \frac{s(A')}{s(E)} = \frac{48}{120} = \frac{2}{5}$$

$$P(E)-P(A')=P(A)$$

$$P(A) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ tir.}$$

SORU 23:

Bir ayrıtı 10 cm olan küpün içinde seçilen bir noktanın küpün köşelerine olan uzaklığının en fazla 6 cm. olma olasılığı nedir?

$$V_{\text{küp}}=10.10.10=1000\text{cm}^3$$

$$V_{\text{küre}}=\frac{4}{3} \Pi .r^3 = \frac{4}{3} \Pi .36.6= 288 \Pi \text{ cm}^3$$

$$\frac{288 \Pi}{1000} = \frac{36 \Pi}{125} \text{ olur.}$$

SORU 24 :

.Bir ayrıtı 5 cm olan bir küp bir ayrıtı 1 cm. olan küplere bölünüyor. Fakat bölünmeden önce büyük küpün 3 yüzü rast gele boyanıyor, en son elde edilen küplerden rast gele bir küp seçiliyor. Bu seçilen küpün 3 yüzünün boyalı olması ihtimali nedir?

ÇÖZÜM:

8 çeşit boyamada üç yüzü boyalı ve ayrıtları 1 cm olan küp elde edilir.

Büyük küpe $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ çeşit boyama yapılabilir.

$\frac{6.5.4.3!}{3!.3!} = 20 \cdot \frac{8}{20}$ ihtimalle 3 yüzü boyalı ayrıtları 1cm.olan küp elde edilir.

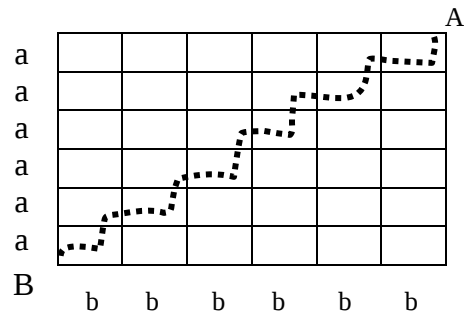
$\frac{5.5.5}{1.1.1}=125$ tane ayrıtları 1 cm olan küp elde edilir.

Buradan üç yüzü boyalı olanı çekme ihtimali $\frac{1}{125}$ olur.

Öyleyse $= \frac{8}{20} \cdot \frac{1}{25} = \frac{2}{625}$ ihtimalle 3 yüzü boyalı ve küçük küp çekebilirim.

SORU 25:

A kentinden B kentine gidilen yollardan ters yöne gidilmeden kaç farklı şekilde gidilir?



ÇÖZÜM:

A'dan B'ye giderken iki yol yazalım.
 abaaabbbbaab 12 harf kullanıldı.
 abababababab 12 harf kullanıldı.
 görüldüğü gibi giderken her zaman 12 harf kullanılır. bu harflerde a ve b olduğundan;
 $\frac{12!}{6!6!}$ olur.

SORU 26:**(Uluslar arası matematik olimpiyatları)**

Üstlerinde 1,1,3,4,4,5 yazılı altı kart bir torbaya konuluyor. Torbadan rasgele toplamı, sırayla ve çekilenler geri konmaksızın üç kart çekilip, üstlerindeki rakamlardan çekiliş sırasına göre oluşturulan üç basamaklı sayının 3'e bölünme olasılığı nedir?

- a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{7}$
 d) $\frac{1}{2}$ e) Hiçbiri

ÇÖZÜM:

6 toplamını elde etmek için (4+1+1)

rakamları kullanılır ve $\frac{3!}{2!}$ farklı şekilde

sıralanır.

9 toplamını elde etmek için (4+4+1) ve (5+3+1) rakamları kullanılır. Bu rakamlar

$\frac{3!}{2!}$ ve $3!$ farklı şekilde sıralanır.

12 toplamını elde etmek için (5+4+3)

rakamları kullanılır. Bu rakamlarda $3!$

Farklı şekilde sıralanır.

3+3+6+6= 18 tane 3 basamaklı sayı yazılır.

Toplam 180 tane 3 basamaklı sayı yazılır.

Buna göre $P(A) = \frac{s(A)}{s(B)} = \frac{18}{180} = \frac{1}{10}$ olur.

SORU 27:**(Uluslar arası matematik olimpiyatları)**

Saat kısmı 1'den 12'ye kadar olan sayıları gösteren dijital bir saatin dakika kısmı doğru çalışmakta, ancak saat kısmı bir

bozukluk sonucu, saat başlarında n:59'dan sonra (n+1 ve 2n, mod 12 düşünölmek üzere) (n+1)! 00 olacağına, 2n! 00'a atlamaktadır.

(Örneğin, saat, 7.00'a ayarlanırsa bir saat sonra 8.00 yerine 2.00 olmaktadır) saati geliş güzel bir zamana ayarlar ve aradan bir gün geçtikten sonra saate bakarsak, saat kısmının 4'ü gösteriyor olma olasılığı nedir?

- a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{3}$
 d) $\frac{1}{2}$ e) Hiçbiri

ÇÖZÜM:

*Saat 1 ise:1-2-4-8-4-8-4-8-4-8-.....

*Saat 2 ise :2-4-8-4-8-4-8-4-8-4-8-.....

Saat 3 ise3-6-12-12-12-12-.....

*Saat 4 ise:4-8-4-8-4-8-4-8-4-8-....

*Saat 5 ise:5-10-8-4-8-4-8-4-8-4-8-....

Saat 6 ise:6-12-12-12-12-12-12-.....

*Saat 7 ise:7-2-4-8-4-8-4-8-4-8-.....

*Saat 8 ise:8-4-8-4-8-4-8-4-8-4-....

Saat 9 ise:9-6-12-12-12-12-12-.....

*Saat 10 ise:10-8-4-8-4-8-4-8-4-....

*Saat 11 ise:10-8-4-8-4-8-4-8-....

Saat 12 ise:12-12-12-12-12-.....

Saat sadece 1,2,4,5,7,8,10,11 saatlerinde 4

olabilir ancak bu saatlerde de 4 olması

ihtimali $\frac{1}{2}$ dir.(8 veya 4 olacaktır.)

Buna göre:

$$8 \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

Cevap c şıkkı bulunur.

SORU 28:

İki zar sırasıyla birer defa atılıyor. İkinci zarda gelen sayının, ilk zarda gelen sayıdan 2 den fazla olma olasılığı nedir?

ÇÖZÜM

2'den fazla olması için;

(1,4), (2,5), (3,6) → 3'er fazla

(1,5), (2,6), → 2'şer fazla

(1,6) → 1 fazla

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

SORU 29:

Bir zarın tek sayı olan yüzleri sarı, çift sayı olan yüzleri ise kırmızıdır. Herhangi bir yüzün gelme olasılığı üzerindeki sayı ile ters orantılıdır.

Bu zar atıldığında, sarı yüzün gelmesi olasılığı nedir?

ÇÖZÜM:

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{1} \text{ sarı} & \frac{1}{4} \text{ kırmızı} & \frac{1}{2} \text{ kırmızı} \\ \frac{1}{5} \text{ sarı} & \frac{1}{3} \text{ sarı} & \frac{1}{6} \text{ kırmızı} \end{array}$$

$$\text{sarı} = \frac{23}{15} \quad \text{kırmızı} = \frac{11}{12}$$

$$\text{Toplam} = \frac{23}{15} + \frac{11}{12} = \frac{147}{60}$$

$$\frac{P(A)}{P(E)} = \frac{\frac{23}{15}}{\frac{147}{60}} = \frac{23}{15} \cdot \frac{60}{147} = \frac{92}{147} \text{ bulunur.}$$

SORU 30:

Bir kedinin gördüğü bir fareyi yakalama olasılığı %20, kediye yakalanmamış bir farenin mutfaktaki peyniri yeme olasılığı %45'tir. Bu peynirin yenmeme olasılığı yüzde kaçtır?

ÇÖZÜM:

$$P(\text{Yakalanma}) + P(\text{Yakalanmadan yiyememe}) = P(\text{peynirin yenmemesi})$$

$$\frac{20}{100} + \frac{55}{100} = \frac{75}{100} \text{ bulunur.}$$

SORU 31:

Cep telefonlarında pin kodu olarak 4 rakam kullanılmaktadır. Takside bir cep

telefonu bulan Gülümser' in pin kodunun 2000 den büyük olduğunu bildiğine göre, cep telefonu ilk denemede açabilme olasılığı nedir?

ÇÖZÜM:

2000 ve 2000'den büyük $\frac{8}{10} \cdot \frac{10}{10} \cdot \frac{10}{10}$

$$P(E) = 8000 \text{ tane (2000 dahil)}$$

$$P(E^1) = 7999$$

$$\frac{s(A)}{s(E^1)} = \frac{1}{7999} \text{ olur.}$$

SORU 32:

Hilesiz iki zar atılıyor. Üst yüze gelen sayıların toplamının asal sayı geldiği bilindiğine göre, çarpımların asal sayı olma olasılığı nedir?

ÇÖZÜM:

Gelebilecek (toplam) asal sayılar 2,3,5,7,11

- (2) ____ (1,1)
 (3) ____ (1,2) (2,1)
 (5) ____ (1,4) (4,1) (2,3) (3,2)
 (7) ____ (6,1) (1,6) (5,2) (2,5) (4,3) (3,4)
 (11) ____ (6,5) (5,6)

Sadece (2,1) ve (1,2) gerekli koşulu sağlar.

$$\frac{s(A)}{s(E)} = \frac{2}{15} \text{ olur.}$$

SORU 33:

Bir okuldaki öğrencilerin %40 ı kız olup bunların %40 ı sarıdır. Erkeklerin ise %30 u sarıdır. Sarışın olduğu bilinen bir kişinin kız olma olasılığı nedir?

ÇÖZÜM:

Okulda 100 öğrenci olsun. 40 tane kız 60 tane erkek bulunur.

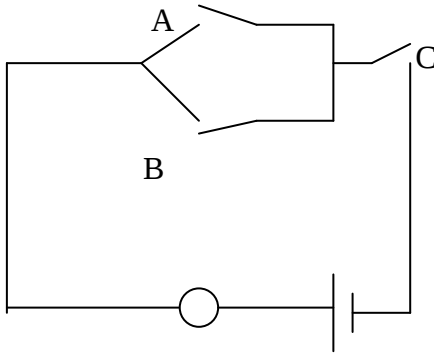
$$40 \cdot \frac{40}{100} = 16 \text{ tane sarışın kız}$$

$$60 \cdot \frac{30}{100} = 18 \text{ tane sarışın erkek}$$

$$s(E) = s(S.K) + s(S.E)$$

$$s(A) = s(S.K)$$

$$\frac{s(A)}{s(E)} = \frac{16}{34} = \frac{7}{18}$$



SORU 34:

Şekildeki devrede A,B,C anahtarlarının kapalı olma ihtimali sırasıyla

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \text{ dir. Buna göre devredeki}$$

lambanın ışık vermesi olasılığı nedir?

ÇÖZÜM:

Lambanın ışık vermesi için A veya B kapalı devre C de mutlaka kapalı olmalıdır. Buna göre;

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{20} = P(A), \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{20} = P(B)$$

yada üç anahtarda kapalı olmalıdır.

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{20} = P(C)$$

$$P(A) + P(B) + P(C) =$$

$$= \frac{3}{20} + \frac{1}{20} + \frac{2}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

SORU 35:

İlk defa yazı atanın kazandığı yazı tura oyununu 3 arkadaş birlikte oynuyorlar. Oyunu en son oynayanın en fazla üç oyunda kazanma olasılığı nedir?

ÇÖZÜM:

$$1. \text{oyunda kazanma } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = P(A)$$

$$2. \text{oyunda kazanma: } \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = P(B)$$

$$3. \text{oyunda kazanma; } \left[\frac{1}{2} \right] = \frac{1}{512} = P(C)$$

$$P(A) + P(B) + P(C) = \frac{1}{8} + \frac{1}{64} + \frac{1}{512} = \frac{73}{512}$$

SORU 36:

A torbasında 4 sarı, 3 kırmızı B torbasında ise 2 sarı, 3 kırmızı bilye vardır. Torbalardan rasgele biri seçilip içinden bilye çekiliyor. Torbaların seçilme şansı içlerindeki sarı bilye sayısı ile orantılıdır. çekilen bilyenin sarı olmasının olasılığı nedir?

ÇÖZÜM:

A TORBASINDA	B TORBASINDA
4 sarı, 3 kırmızı	2 sarı, 3 kırmızı

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{6}{42} = \frac{16}{42} = P(A_1)$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{4}{30} = P(A_2)$$

$$P(A_1) + P(A_2) = \frac{16}{42} + \frac{4}{30} = \frac{18}{35}$$

SORU 37:

Bir kenarı 3 br olan bir karenin içinden rast gele bir nokta seçiliyor. Bu noktanın karenin herhangi bir köşesinden en az 1 birim uzaklıkta bulunma olasılığı nedir?

ÇÖZÜM:

$$= \frac{22}{7} = P(A)$$

$$\text{toplam alan} = 3 \cdot 3 = 9 = P(E)$$

$$\frac{P(E) - P(A)}{P(E)} = \frac{P(A^1)}{P(E)} = \frac{41}{63}$$

SORU 38:

2 beyaz , 3 siyah , 6 kırmızı topun bulunduğu bir torbadan rasgele bir top seçiliyor ve içinde 4 beyaz 6 siyah ve 5 kırmızı topun bulunduğu bir torbaya atılıyor daha sonra bu torbadan bir top dışarı atılıyor. Son durumda ikinci torbada bulunan aynı renkteki top sayılarının eşit olması ihtimali nedir ?

ÇÖZÜM :

Son torbada bir siyah top kalma olasılığı ancak birinci torbadan beyaz top çekilmesi ve ikinci torbadan bir siyah top atılması halinde gerçekleşir.

Buna göre ilk torbadan beyaz top çekilmesi

ihtimali : $\frac{2}{11}$ 'dir.

İkinci torbadan siyah top atılmasının

ihtimali ise : $\frac{6}{16}$.dır

$$\frac{2}{11} \cdot \frac{6}{16} = \frac{12}{176} \text{ olur}$$

SORU:39

(uluslararası matematik olimpiyatları)

Köşe uzunlukları 3,7,8 olan bir üçgenin içinde alınan bir noktanın köşelerden en az birine olan uzaklığının !'den küçük olması olasılığı nedir?

ÇÖZÜM:

Üçgenin alanı =

$$\sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)} = \sqrt{9 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 1} = 6\sqrt{3}$$

br

Dairenin alanı = $1 \cdot 1 \cdot \Pi$ ama bizim çizeceğimiz ve köşelere 1 br olan çember yarım çemberdir. Bu yüzden alanı $\Pi/2$ cm olur.

$$s(A) = 6\sqrt{3} - \Pi/2$$

$$s(E) = 6\sqrt{3}$$

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)} = \frac{6\sqrt{3} - \Pi/2}{6\sqrt{3}} \text{ olur.}$$

SON..